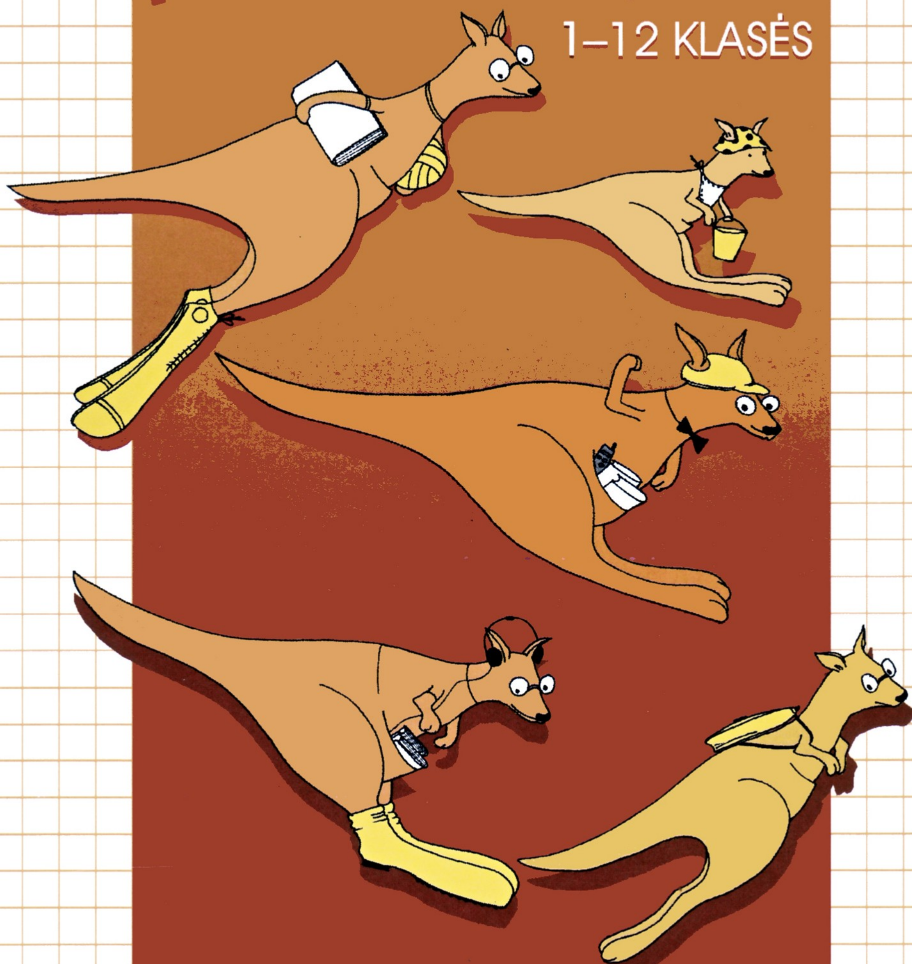
KENGŪRA 2009



TARPTAUTINIO MATEMATIKOS
KONKURSO
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

КЕНГУРУ 2009
KANGUR 2009
KANGAROO 2009

KENGŪROS KONKURSO ORGANIZAVIMO KOMITETAS
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS INSTITUTAS

KENGŪRA 2009

TARPTAUTINIO MATEMATIKOS KONKURSO UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI

Sudarė JUOZAS MAČYS

TEV

VILNIUS 2009

UDK 51(079)
Ke–108

Autorius-sudarytojas *Juozas Mačys*

Redaktorius *Valdas Vanagas*
Programinė įranga: *Rolandas Jakštys*
Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė*
Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Aldona Žalienė*
Konsultantas *Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė http://www.tev.lt

ISBN 978–9955–879–90–9

TURINYS

Pratarmė 4
2009 m. konkurso užduočių sąlygos 20
Nykštukas (I ir II klasės) 20
Mažylis (III ir IV klasės) 23
Bičiulis (V ir VI klasės) 26
Kadetas (VII ir VIII klasės) 30
Junioras (IX ir X klasės) 34
Senjoras (XI ir XII klasės) 38
Sprendimai 42
Nykštukas (I ir II klasės) 42
Mažylis (III ir IV klasės) 45
Bičiulis (V ir VI klasės) 50
Kadetas (VII ir VIII klasės) 56
Junioras (IX ir X klasės) 66
Senjoras (XI ir XII klasės) 73
Rusiškos užduočių sąlygos 84
Lenkiškos užduočių sąlygos 106
Angliškos užduočių sąlygos 128
Atsakymai 151

PRATARMĖ

Populiariausios pasaulyje mokinių matematikos varžybos yra tarptautinis *Kengūros* žaidimas-konkursas. Sumanytas Australijoje, jis bemat išplito. 1994 metais buvo įkurta asociacija „Kengūra be sienų“ (*Kangourou sans frontières*), kuriai dabar priklauso 45 šalys iš visų žemynų (išskyrus Australiją, jau seniai turinčią savo *Kengūrą*, na ir jos kaimynę Antarktidą). 2009 metais konkurse varžėsi per 5 milijonus mokinių, o į Gineso rekordų knygą jis seniai įrašytas kaip masiškiausias.

Lietuvoje *Kengūros* konkursą rengia organizavimo komitetas, į kurį įeina Švietimo ir mokslo ministerijos, Matematikos ir informatikos instituto, Vilniaus universiteto ir mokyklų atstovai. Kaip konkursas vyksta, papasakota matematikos ir informatikos žurnale „Alfa plius omega“, 2000, Nr. 1, kurį nesunku rasti ir mokyklų bibliotekose.

Kad mokiniai galėtų geriau pasirengti konkursams, organizavimo komiteto bei Matematikos ir informatikos instituto rūpesčiu nuo 1999 metų kasmet leidykloje TEV yra išleidžiamos konkurso užduočių ir sprendimų knygelės. Be to, leidykla TEV, bendradarbiaudama su Torunės M. Koperniko universitetu ir leidykla „Aksjomat“ (Lenkija), leidžia ankstesnių metų (kai Lietuva konkurse dar nedalyvavo) konkursų užduočių knygeles. Jau išleistos knygelės „Kengūra 1993–1998. Mažylis“, „Kengūra 1991–1998. Bičiulis“, „Kengūra 1991–1998. Kadetas“ ir „Kengūra 1991–1998. Junioras“. 2007 metais pirmą kartą konkursas buvo organizuotas ir „Nykštuko“ grupei — I ir II klasių mokiniams. Jiems rengtis konkursams taip pat išleistos knygelės „Nykštukas“ ir „Gudrutis“. Mėgstantiems spręsti uždavinius prie kompiuterio parengti ir kompiuteriniai *Kengūros* konkursų variantai. Interneto knygyne TEVUKAS galima įsigyti tiek kiekvienų metų ir kiekvienos amžiaus grupės, tiek ir visų metų visų grupių rinkinius kompiuterinėse plokštelėse.

Lietuvoje, kaip ir daugelyje kitų šalių, 2009 metų konkursas įvyko kovo 19 dieną (laikantis taisyklės — kovo trečias ketvirtadienis). Konkurse dalyvavo 68 279 mokiniai iš 1152 Lietuvos mokyklų. Visiems konkurse dalyvavusiems mokiniams buvo įteikti gražūs dalyvio pažymėjimai. Kiekvienas mokinys atminimui gavo konkurso užduočių tekstus ir suvenyrinį *Kengūros* pieštuką.

Konkurso rezultatai buvo apdoroti Nacionaliniame egzaminų centre ir leidykloje TEV. Kompiuterinė programa nustatė mokinius, kurių atsakymų rinkiniai buvo identiški, t. y. sutapo *visi* — ir teisingi, ir neteisingi atsakymai. Jei kurioje nors mokykloje toje pačioje grupėje buvo du identiški atsakymai, tai jų autoriai išskirti nuspalvinimu arba *kursyvu*. Jeigu identiškų atsakymų buvo daugiau, o jų autoriai pretendavo į savo klasės geriausiųjų penkiasdešimtuką, tai tie autoriai internete iškelti už 50-uko lentelės brūkšnio.

Rajonai ir mokyklos savo dalyvių rezultatus gali pasižiūrėti interneto svetainėje www.kengura.lt; jiems paliekama teisė patiems spręsti, buvo ar nebuvo pažeistos konkurso sąlygos (pvz., ar buvo galimybių nusirašyti, spręsti kolektyviai, spręsti ilgiau nei buvo nurodyta ir pan.) ir kaip traktuoti identiškus darbus. Penkiasdešimtukai spausdinami ir šioje knygelėje (žr. p. 5–16) — juk kiekvienam dalyviui malonu matyti savo pavardę tarp geriausiųjų.

Nykštukas, 1 klasė, 50 geriausiųjų

Austėja Gaubaitė, Centro pradinė mokykla, Šiaulių m., 150.00
Domantas Matusa, VšĮ „Ąžuolo" katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 150.00
Linas Eigminas, „Genio" pradinė mokykla, Vilniaus m., 150.00
Nedas Tamašauskas, Centro pradinė mokykla, Šiaulių m., 150.00
Rytis Buračas, Šiaulėnų Marcelino Šikšnio vidurinė mokykla, Radviliškio r., 150.00
Danik Borisov, „Santaros" vidurinė mokykla, Vilniaus m., 146.25
Emilis Marciuška, VšĮ Montessori pradinė mokykla, Kauno m., 146.00
Eisvinas Pagrandis, Žeimių vidurinė mokykla, Jonavos r., 145.00
Emilis Vilimas, Šlienavos pagrindinė mokykla, Kauno r., 145.00
Ernestas Ramanauskas, „Šaltinėlio" privati mokykla, Vilniaus m., 145.00
Austėja Dobilaitė, Žeimių vidurinė mokykla, Jonavos r., 145.00
Evelina Lipinskaitė, Žeimių vidurinė mokykla, Jonavos r., 145.00
Greta Burinskaitė, Liubavo pagrindinė mokykla, Kalvarijos sav., 143.75
Kostas Zeleckis, Centro pradinė mokykla, Šiaulių m., 143.75
Rokas Antipovas, Kretingos mokykla-darželis „Žibutė", Kretingos r., 143.75
Ugnė Kavalenkaitė, Martyno Mažvydo pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 143.75
Andrius Tumšys, Vilkaviškio vyskupijos Krikščioniškosios kult. centro v. m., Marijampolės sav., 143.75
Gabija Žvigaitytė, Centro pradinė mokykla, Šiaulių m., 141.25
Guoda Terleckytė, Tirkiliškių pradinė mokykla, Kauno m., 141.25
Saulė Pigulevičiūtė, Centro pradinė mokykla, Šiaulių m., 141.25
Eglė Jankovska, Žeimių vidurinė mokykla, Jonavos r., 140.00
Ignas Čipkus, „Genio" pradinė mokykla, Vilniaus m., 140.00
Kasparas Alkevičius, Vilkaviškio vyskupijos Krikščioniškosios kult. centro v. m., Marijampolės sav., 140.00
Martynas Mockevičius, Tirkiliškių pradinė mokykla, Kauno m., 140.00
Natalija Ambrazaitė, Centro pradinė mokykla, Šiaulių m., 139.75
Agnė Janionytė, Mokykla-darželis „Šilelis", Jonavos r., 138.75
Airidas Brikas, Centro pradinė mokykla, Šiaulių m., 138.75
Gintarė Stankauskaitė, „Drevinuko" mokykla-darželis, Alytaus m., 138.75
Jogailė Adomaitytė, Kauno apskrities dailės gimnazija, Kauno m., 138.75
Julius Bankauskas, Švenčionėlių pagrindinė mokykla, Švenčionių r., 138.75
Markas Černiauskas, Vinco Kudirkos vidurinė mokykla, Kauno m., 138.75
Martynas Strazdas, „Genio" pradinė mokykla, Vilniaus m., 138.75
Norbertas Streižys, Juzefo Ignacijaus Kraševskio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 138.75
Viktorija Raškauskaitė, Kudirkos Naumiesčio Vinco Kudirkos gimnazija, Šakių r., 138.75
Agnė Padriezaitė, VšĮ Montessori pradinė mokykla, Kauno m., 137.50
Aušrinė Kudirkaitė, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Kauno m., 137.50
Domantas Stakelė, 9-oji vidurinė mokykla, Panevėžio m., 137.50
Edgaras Ilinas, 9-oji vidurinė mokykla, Panevėžio m., 137.50
Emilė Mikutaitė, „Versmės" pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 137.50
Mėta Kvedaravičiūtė, Filaretų pradinė mokykla, Vilniaus m., 137.50
Orestas Fridmanas, Žaliakalnio pagrindinė mokykla, Kauno m., 137.50
Osvaldas Genevičius, VšĮ „Ąžuolo" katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 137.50
Paulina Maleckaitė, Stasiūnų mokykla-darželis „Nykštukas", Kaišiadorių r., 137.50
Valerija Keda, Mokykla-darželis „Vaivorykštė", Vilniaus m., 137.50
Simas Botyrius, Tirkiliškių pradinė mokykla, Kauno m., 136.25
Kamilė Baranauskaitė, „Drevinuko" mokykla-darželis, Alytaus m., 135.75
Laimonas Onaitis, Centro pradinė mokykla, Šiaulių m., 135.00
Vaidas Šipaila, Eigulių vidurinė mokykla, Kauno m., 135.00
Goda Skinkytė, Vilkaviškio vyskupijos Krikščioniškosios k. centro v. m., Marijampolės sav., 135.00
Gytis Gudaitis, Vilkaviškio vyskupijos Krikščioniškosios k. centro v. m., Marijampolės sav., 135.00

Nykštukas, 2 klasė, 50 geriausiųjų

Agneška Jackevič, „Saulėtekio“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 150.00
Akvilė Indriulytė, Mokykla-darželis „Saulutė“, Klaipėdos m., 150.00
Aleksėj Bakin, Mokykla-darželis „Vaivorykštė“, Vilniaus m., 150.00
Augustina Lialkaitė, „Šviesos“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 150.00
Aurimas Dzežulskis, Grinkiškio Jono Poderio vidurinė mokykla, Radviliškio r., 150.00
Deimantė Chailenko, Aleksoto mokykla-darželis, Kauno m., 150.00
Dovydas Vasiliauskas, Mokykla-darželis „Rūtelė“, Kauno m., 150.00
Edvinas Juozapaitis, Naujosios Akmenės „Saulėtekio“ pagrindinė mokykla, Akmenės r., 150.00
Elonas Kazlauskas, Šiaulėnų Marcelino Šikšnio vidurinė mokykla, Radviliškio r., 150.00
Evita Mikalkėnaitė, Aleksoto mokykla-darželis, Kauno m., 150.00
Gabija Lesauskaitė, Mokykla-darželis „Šaltinėlis“, Klaipėdos m., 150.00
Gerda Liutkevičiūtė, Petrašiūnų vidurinė mokykla, Kauno m., 150.00
Guoda Urbonaitė, Šiaulėnų Marcelino Šikšnio vidurinė mokykla, Radviliškio r., 150.00
Justas Gudaitis, Marijampolės Petro Armino vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 150.00
Justas Petreikis, Radvilėnų vidurinė mokykla, Kauno m., 150.00
Karolis Mažeika, VšĮ Montessori pradinė mokykla, Kauno m., 150.00
Konstantin Krupovič, Grigaičių pradinė mokykla, Vilniaus r., 150.00
Liucija Vaicenavičiūtė, Jeruzalės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 150.00
Liutauras Dinikis, Akademijos vidurinė mokykla, Kėdainių r., 150.00
Luknė Grigaliūnaitė, Aleksoto mokykla-darželis, Kauno m., 150.00
Mindaugas Zandovas, Girkalių pradinė mokykla, Klaipėdos r., 150.00
Paulina Ugintaitė, „Gilijos“ pradinė mokykla, Klaipėdos m., 150.00
Renata Voišnitė, Mokykla-darželis „Vilija“, Vilniaus m., 150.00
Rokas Venskus, Martyno Mažvydo pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 150.00
Rokas Vansevičius, Čiobiškio pagrindinė mokykla, Širvintų r., 150.00
Simona Miglinaitė, Stasiūnų mokykla-darželis „Nykštukas“, Kaišiadorių r., 150.00
Ugnė Alaburdaitė, Prienų „Revuonos“ vidurinė mokykla, Prienų r., 150.00
Greta Jusaitė, Žeimių vidurinė mokykla, Jonavos r., 146.25
Konstantin Novikov, Mokykla-darželis „Vaivorykštė“, Vilniaus m., 146.25
Oskar Stukalin, Mokykla-darželis „Vaivorykštė“, Vilniaus m., 146.25
Ruslan Rustemov, Mokykla-darželis „Vaivorykštė“, Vilniaus m., 146.25
Andrius Minelga, Žaliakalnio pradinė mokykla, Kauno m., 145.00
Andrius Gražys, Panevėžio pradinė mokykla, Panevėžio m., 145.00
Augustas Mačijauskas, VšĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 145.00
Darius Staugas, Grigiškių pradinė mokykla, Vilniaus m., 145.00
Evelina Hochleitner, Mokykla-darželis „Nykštukas“, Klaipėdos m., 145.00
Gabrielė Tarutytė, Pravieniškių Stasio Tijūnaičio pagrindinė mokykla, Kaišiadorių r., 145.00
Gabrielė Zabolotskaja, Panerių pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 145.00
Gustė Skrupskaitė, Aleksoto mokykla-darželis, Kauno m., 145.00
Iveta Kurčevska, Vladislavo Sirokomlės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 145.00
Julius Rancevas, Vytės Nemunėlio pradinė mokykla, Vilniaus m., 145.00
Justinas Budrys, Aleksoto mokykla-darželis, Kauno m., 145.00
Lukas Verbickas, Čiobiškio pagrindinė mokykla, Širvintų r., 145.00
Marius Dzvinka, Balsių pagrindinė mokykla, Pakruojo r., 145.00
Mintautas Baigys, Nemunaičių pagrindinė mokykla, Kalvarijos sav., 145.00
Paulina Mickevičiūtė, Žeimių vidurinė mokykla, Jonavos r., 145.00
Tautvydas Škikūnas, „Šviesos“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 145.00
Tom Ševcov, Mokykla-darželis „Vaivorykštė“, Vilniaus m., 145.00
Vilandas Nanickas, Antakalnio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 145.00

Mažylis, 3 klasė, 50 geriausiųjų

Danielė Vaičekonytė, Pasvalio mokykla-darželis „Liepaitė“, Pasvalio r., 145.00
Nojus Vaičekonis, Pasvalio mokykla-darželis „Liepaitė“, Pasvalio r., 143.75
Greta Baranauskaitė, Ignalinos Česlovo Kudabos pagrindinė mokykla, Ignalinos r., 141.00
Daniel Jevdokimov, Mokykla-darželis „Saulutė“, Vilniaus m., 140.00
Pijus Bradulskis, Radvilėnų vidurinė mokykla, Kauno m., 138.75
Justas Janickas, Panemunės pradinė mokykla, Kauno m., 137.50
Lukas Morkūnas, „Vyturio“ vidurinė mokykla, Panevėžio m., 136.00
Ąžuolas Truncė, „Sakalėlio“ pradinė mokykla, Alytaus m., 133.75
Dominyka Rumšaitė, Šilutės pradinė mokykla, Šilutės r., 132.50
Karolis Vasiliauskas, Kybartų pagrindinė mokykla, Vilkaviškio r., 132.50
Motiejus Krutulis, Kazio Griniaus vidurinė mokykla, Kauno m., 131.25
Ruslan Bogomolnikov, Mokykla-darželis „Saulutė“, Vilniaus m., 131.25
Gustavas Klikna, Raseinių katalikiškos dvasios pradinė mokykla, Raseinių r., 130.00
Aleksej Saržan, Visagino „Gerosios vilties“ vidurinė mokykla, Visagino m., 129.75
Augustė Urbelionytė, „Sakalėlio“ pradinė mokykla, Alytaus m., 129.75
Justas Kazlauskas, Vydūno vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 129.75
Domantas Vizbaras, „Vyturio“ vidurinė mokykla, Panevėžio m., 128.75
Elvinas Urbonavičius, „Paparčio“ pradinė mokykla, Kauno m., 128.75
Viktorija Morkytė, Šiaulėnų Marcelino Šikšnio vidurinė mokykla, Radviliškio r., 128.75
Domantas Vokietaitis, „Sakalėlio“ pradinė mokykla, Alytaus m., 128.50
Artem Bunis, Mokykla-darželis „Saulutė“, Vilniaus m., 127.50
Gabrielė Barteškaitė, Girininkų pagrindinė mokykla, Kauno r., 127.50
Paulius Sasnauskas, Šventupio vidurinė mokykla, Šiaulių m., 127.50
Mykolas Šveistrys, „Saulės“ privati vidurinė mokykla, Vilniaus m., 127.00
Dominykas Kurlis, Joniškio Mato Slančiausko gimnazija, Joniškio r., 126.75
Aidas Jankauskas, Ringaudų pradinė mokykla, Kauno r., 126.25
Ingrida Mikalauskaitė, „Sakalėlio“ pradinė mokykla, Alytaus m., 126.25
Jonas Naujokas, Jovaro pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 126.25
Tadas Dovidaitis, Šiaulėnų Marcelino Šikšnio vidurinė mokykla, Radviliškio r., 126.25
Povilas Mikalauskas, Vaišvydavos pagrindinė mokykla, Kauno m., 126.00
Algirdas Turauskas, „Sakalėlio“ pradinė mokykla, Alytaus m., 125.00
Paulina Jankauskaitė, Salomėjos Nėries vidurinė mokykla, Kauno m., 125.00
Ugnė Jovaišytė, „Sakalėlio“ pradinė mokykla, Alytaus m., 125.00
Donatas Liaukevičius, Lazdijų mokykla-darželis „Vyturėlis“, Lazdijų r., 123.75
Emil Starodubov, Veprių vidurinė mokykla, Ukmergės r., 123.75
Kristijonas Šiaulys, Plungės Senamiesčio vidurinė mokykla, Plungės r., 123.75
Adomas Anskaitis, Milikonių vidurinė mokykla, Kauno m., 122.50
Gabija Bargailaitė, „Genio“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 122.50
Mykolas Skrodenis, VšĮ Montessori pradinė mokykla, Kauno m., 122.50
Nikita Chromenkov, Mokykla-darželis „Saulutė“, Vilniaus m., 122.50
Šarūnas Juškėnas, Taikos pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 122.50
Dominyka Razanovaitė, Meškuičių vidurinė mokykla, Šiaulių r., 122.25
Liutauras Šertvytis, Šilutės Pamario pagrindinė mokykla, Šilutės r., 121.75
Akvilė Valentukonytė, „Vėtrungės“ pradinė mokykla, Kauno m., 121.25
Dominykas Utakis, Šiaulėnų Marcelino Šikšnio vidurinė mokykla, Radviliškio r., 121.25
Vincas Vosylius, Mokykla-darželis „Rūtelė“, Kauno m., 121.25
Rimantas Paulauskas, Tauragės „Šaltinio“ pagrindinė mokykla, Tauragės r., 121.00
Ema Cilinskaitė, Kazlų Rūdos pradinė mokykla, Kazlų Rūdos sav., 120.75
Rytis Stankevičius, „Gabijos“ gimnazija, Vilniaus m., 120.75
Aušrius Jankauskas, VšĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 120.00
Gediminas Jegorovas, Kybartų pagrindinė mokykla, Vilkaviškio r., 120.00
Ieva Maksvytytė, „Vyturio“ vidurinė mokykla, Kauno m., 120.00

Mažylis, 4 klasė, 50 geriausiųjų

Kasparas Ragaišis, Antakalnio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 150.00
Kajus Panevėžys, Mokykla-darželis „Rūtelė“, Kauno m., 145.00
Aurimas Petrėtis, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 143.75
Kamilė Svirskaitė, Mažeikių „Vyturio“ pradinė mokykla, Mažeikių r., 143.75
Oleg Paramonov, Rudaminos „Ryto“ gimnazija, Vilniaus r., 143.75
Vilius Kateiva, „Aušros“ mokykla-darželis, Vilniaus m., 143.75
Darvydas Kariniauskas, Alovės pagrindinė mokykla, Alytaus r., 143.75
Rugilė Sadauskaitė, Alovės pagrindinė mokykla, Alytaus r., 143.75
Artūras Jocas, Jovaro pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 141.25
Emilija Kriaučeliūnaitė, Vilkaviškio pagrindinė mokykla, Vilkaviškio r., 138.75
Liutauras Gaidamavičius, Jonavos Raimundo Samulevičiaus pagrindinė mokykla, Jonavos r., 138.75
Skalmantas Šimėnas, Šv. Kristoforo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 138.75
Zigmas Bitinas, „Genio“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 138.75
Tautvydas Matulevičius, Alovės pagrindinė mokykla, Alytaus r., 137.50
Vidas Parnarauskas, Širvintų pradinė mokykla, Širvintų r., 137.50
Timas Saltanavičius, „Gabijos“ gimnazija, Vilniaus m., 136.25
Džiugas Praninskas, Panevėžio pradinė mokykla, Panevėžio m., 135.00
Ernestas Raudonis, Vėžaičių pagrindinė mokykla, Klaipėdos r., 135.00
Justinas Raslanas, Utenos mokykla-darželis „Eglutė“, Utenos r., 134.75
Patrikas Balsys, Simono Daukanto pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 134.75
Paula Pilauskaitė, „Atžalyno“ vidurinė mokykla, Kauno m., 134.75
Aleksas Vaitkevičius, Fabijoniškių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 133.75
Eva Duko, Jeruzalės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 133.75
Gabrielė Balčiūnaitė, Alovės pagrindinė mokykla, Alytaus r., 133.75
Gytis Grigonis, Druskininkų „Atgimimo“ vidurinė mokykla, Druskininkų sav., 133.75
Justas Tamulis, „Vyturio“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 133.50
Dominykas Pusvaškis, Ukmergės Užupio vidurinė mokykla, Ukmergės r., 133.00
Žilvinas Pranaitis, Jurbarko Vytauto Didžiojo vidurinė mokykla, Jurbarko r., 133.00
Aistė Grušnytė, Šeškinės pradinė mokykla, Vilniaus m., 132.50
Arsenij Djakov, Maksimo Gorkio pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 132.50
Daniel Minkovski, Mokykla-darželis „Saulutė“, Vilniaus m., 132.50
Gilbertas Umbražūnas, Simono Dacho vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 132.50
Jurgis Buterlevičius, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 132.50
Kasparas Lienys, Telšių „Germanto“ vidurinė mokykla, Telšių r., 132.50
Martynas Daugiala, Jeruzalės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 132.50
Paulius Poviliauskas, „Šviesos“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 131.25
Valdemar Aksionov, Mokykla-darželis „Vaivorykštė“, Vilniaus m., 131.25
Aistis Sandaras, Jurbarko Naujamiesčio vidurinė mokykla, Jurbarko r., 130.00
Gustas Buividavičius, Kybartų pagrindinė mokykla, Vilkaviškio r., 130.00
Karolis Trakas, „Versmės“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 130.00
Erik Šejanov, Aleksandro Puškino vidurinė mokykla, Kauno m., 129.75
Rūta Šliažkaitė, „Vyturio“ vidurinė mokykla, Panevėžio m., 129.75
Adomas Morkūnas, Vytės Nemunėlio pradinė mokykla, Vilniaus m., 128.75
Arnas Klova, Telšių „Saulėtekio“ pradinė mokykla, Telšių r., 128.75
Dominyka Orlaitė, „Genio“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 128.75
Džiugas Simaitis, „Šaltinėlio“ privati mokykla, Vilniaus m., 128.75
Gerda Tarailaitė, „Genio“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 128.75
Greta Mačiuitytė, Plungės Senamiesčio vidurinė mokykla, Plungės r., 128.75
Ignas Vaitkus, „Atžalyno“ vidurinė mokykla, Kauno m., 128.75
Julija Jokšaitė, Vertimų pagrindinė mokykla, Jurbarko r., 128.75
Kristijonas Malaiška, „Volungės“ pradinė mokykla, Vilniaus m., 128.75
Linas Šemiotas, „Atžalyno“ vidurinė mokykla, Kauno m., 128.75
Morta Navickaitė, Martyno Mažvydo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 128.75
Ramona Matusevičiūtė, 1-oji pradinė mokykla, Kauno m., 128.75
Sigutė Miškinytė, Vytės Nemunėlio pradinė mokykla, Vilniaus m., 128.75
Tomas Pakalniškis, Mokykla-darželis „Saulutė“, Klaipėdos m., 128.75
Vaiva Vaitkevičiūtė, Antakalnio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 128.75

Bičiulis, 5 klasė, 50 geriausiųjų

Paulina Gžimailaitė, Ketvergių pagrindinė mokykla, Klaipėdos r., 126.25
Goda Overlingaitė, Kačerginės pagrindinė mokykla, Kauno r., 120.00
Aleksas Legačinskas, „Sandoros“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 114.75
Gintarė Šėmytė, Jeruzalės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 114.75
Martynas Veikutis, Utenos Krašuonos pagrindinė mokykla, Utenos r., 113.75
Adriana Otilija Vilkaitė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 111.25
Raminta Juzukonytė, Baisogalos gimnazija, Radviliškio r., 110.00
Laura Bilydaitė, Ketvergių pagrindinė mokykla, Klaipėdos r., 108.75
Agnė Mickutė, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 107.50
Agnė Dalia Juodagalvytė, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 106.50
Vytautas Krivickas, 5-oji vidurinė mokykla, Panevėžio m., 106.25
Goda Miltinytė, „Romuvos“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 105.00
Aurimas Morozovas, VšĮ „Ąžuolo“ katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 104.75
Neda Beinoraitė, Vaškų vidurinė mokykla, Pasvalio r., 103.75
Robertas Maleckas, Vinco Kudirkos vidurinė mokykla, Kauno m., 103.75
Dominykas Krutulis, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 102.50
Justinas Raižys, Elektrėnų „Ąžuolyno“ pagrindinė mokykla, Elektrėnų sav., 102.50
Mykolas Krutulis, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 102.50
Vaidas Kazlauskas, Ketvergių pagrindinė mokykla, Klaipėdos r., 102.50
Gertrūda Lazaravičiūtė, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 102.00
Šarūnas Vaitkus, Kretingos Jurgio Pabrėžos gimnazija, Kretingos r., 101.75
Augustė Mikelionytė, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 101.25
Simas Paškauskas, Vilkaviškio pagrindinė mokykla, Vilkaviškio r., 101.25
Skomantas Uselis, Viešvilės pagrindinė mokykla, Jurbarko r., 101.25
Guoda Steponavičiūtė, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 100.50
Deividas Kripcevičius, Jonavos „Neries“ pagrindinė mokykla, Jonavos r., 100.00
Edita Šiušytė, Ketvergių pagrindinė mokykla, Klaipėdos r., 100.00
Kostas Kabakas, Vievio gimnazija, Elektrėnų sav., 100.00
Gabrielė Bekerytė, Nacionalinė Mikalojaus Konstantino Čiurlionio menų mokykla, Vilniaus m., 99.50
Nikita Daniliuk, Levo Karsavino vidurinė mokykla, Vilniaus m., 99.50
Aidas Burokas, Dainavos vidurinė mokykla, Alytaus m., 98.75
Gabrielė Makarevičiūtė, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 98.75
Gintė Petrulionytė, Druskininkų „Saulės“ pagrindinė mokykla, Druskininkų sav., 98.75
Karolis Misevičius, Grigiškių „Šviesos“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 98.75
Vladimir Jeršov, Visagino „Draugystės“ vidurinė mokykla, Visagino m., 98.75
Žyginta Einorytė, Kupiškio Povilo Matulionio pagrindinė mokykla, Kupiškio r., 98.75
Linas Zacharovas, „Romuvos“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 98.50
Jonas Viršilas, VšĮ „Universa Via“ pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 98.25
Regijus Borodinas, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 98.25
Lukas Činčikas, „Ąžuolyno“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 98.00
Ugnė Latvėnaitė, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 97.75
Andrius Sotnik, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 97.50
Domantas Kancleris, Musninkų vidurinė mokykla, Širvintų r., 97.50
Tautvydas Intas, Kalniečių vidurinė mokykla, Kauno m., 97.50
Andrius Ovsianas, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 97.25
Emilija Tumaitė, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 96.25
Gabrielė Cibulskaitė, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 96.25
Justinas Medzevičius, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 96.25
Kamilė Stugytė, Plungės „Ryto“ pagrindinė mokykla, Plungės r., 96.25
Kotryna Jasinskaitė, Palangos Vlado Jurgučio vidurinė mokykla, Palangos m., 96.25
Rugilė Jonušaitė, Vydūno vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 96.25

Bičiulis, 6 klasė, 50 geriausiųjų

Domantas Jadenkus, Grigiškių „Šviesos“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 138.75
Eivydas Račkauskas, Gedminų pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 131.25
Alanas Plaščinskas, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 124.75
Greta Adlytė, „Nevėžio“ pagrindinė mokykla, Panevėžio m., 123.25
Baltrus Šivickis, „Ryto“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 122.50
Rokas Ridzevičius, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 122.50
Saulius Beinorius, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 122.50
Mažena Kerbed, Juzefo Ignacijaus Kraševskio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 121.75
Brigita Padegimaitė, Alovės pagrindinė mokykla, Alytaus r., 121.25
Edmundas Riškus, Kuršėnų Pavenčių vidurinė mokykla, Šiaulių r., 119.75
Evelina Mišeikytė, Ketvergių pagrindinė mokykla, Klaipėdos r., 118.75
Maksim Bovarov, Naujamiesčio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 118.75
Emilijus Stankus, Gedminų pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 117.50
Arnoldas Mizerevičius, Ketvergių pagrindinė mokykla, Klaipėdos r., 116.25
Miglė Tartėnaitė, Vievio gimnazija, Elektrėnų sav., 116.25
Laurynas Sketeris, Milikonių vidurinė mokykla, Kauno m., 114.75
Miglė Kalinauskaitė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 114.50
Gytis Barkauskas, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 113.50
Pavel Mironov, Lazdynų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 113.50
Mantas Pranskaitis, „Sandoros“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 112.50
Uršulė Simonaitytė, Pasvalio Lėvens pagrindinė mokykla, Pasvalio r., 112.50
Adelė Stankevičiūtė, Šv. Kristoforo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 111.25
Evelina Simonavičiūtė, Utenos Aukštakalnio pagrindinė mokykla, Utenos r., 111.25
Šarūnas Paškevičius, Martyno Mažvydo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 111.00
Adomas Juška, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 110.00
Kasparas Steponavičius, VšĮ šv. Mato vidurinė mokykla, Kauno m., 110.00
Mantas Satkevičius, „Nevėžio“ pagrindinė mokykla, Panevėžio m., 110.00
Mantas Vaidelis, Vilkijos gimnazija, Kauno r., 110.00
Vestina Kulėšaitė, Ketvergių pagrindinė mokykla, Klaipėdos r., 110.00
Gytis Vinclovas, „Ąžuolyno“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 109.50
Ieva Černytė, „Saulėtekio“ vidurinė mokykla, Panevėžio m., 109.00
Patricija Šapokaitė, 5-oji vidurinė mokykla, Panevėžio m., 108.50
Laura Kuchanauskaitė, Paluknio „Medeinos“ vidurinė mokykla, Trakų r., 107.50
Matas Bugorevičius, Garliavos Juozo Lukšos gimnazija, Kauno r., 107.00
Andrius Paulauskas, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 106.75
Kostas Laurinaitis, „Aušros“ gimnazija, Kauno m., 106.75
Augustas Vulskis, Šv. Kristoforo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 106.25
Domantas Onaitis, Radviliškio Vaižganto pagrindinė mokykla, Radviliškio r., 106.25
Ignas Kancleris, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 106.25
Jonas Budrauskas, „Aušros“ gimnazija, Kauno m., 106.25
Linas Meškonytė, Nacionalinė Mikalojaus Konstantino Čiurlionio menų mokykla, Vilniaus m., 106.25
Rūta Pūraitė, Kačerginės pagrindinė mokykla, Kauno r., 106.25
Kasparas Jonas Kizlaitis, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 106.00
Mantas Jurevičius, Kretingos Marijono Daujoto vidurinė mokykla, Kretingos r., 106.00
Eglė Marija Jonaitytė, Šv. Kristoforo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 105.75
Evelina Drobužaitė, Želvos vidurinė mokykla, Ukmergės r., 105.75
Greta Makauskaitė, Gaurės pagrindinė mokykla, Tauragės r., 105.75
Povilas Šlekys, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 105.25
Barbora Jasiukaitytė, Šv. Kristoforo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 105.00
Erika Masevič, „Juventos“ gimnazija, Vilniaus m., 105.00
Meilė Petrauskaitė, Kazio Griniaus vidurinė mokykla, Kauno m., 105.00
Monika Vitkauskaitė, Jeruzalės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 105.00

Kadetas, 7 klasė, 50 geriausiųjų

Daniel Juranec, Sofijos Kovalevskajos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 131.00
Ignas Urbonavičius, „Gabijos“ gimnazija, Vilniaus m., 125.00
Aleksandr Kartašov, Sofijos Kovalevskajos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 117.25
Saulė Jusytė, Collège Andrshch Chenier, Saint-Prix, 116.25
Justas Klimavičius, Jeruzalės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 115.75
Matas Grigaliūnas, „Atžalyno“ vidurinė mokykla, Kauno m., 113.75
Mykolas Blažonis, „Gabijos“ gimnazija, Vilniaus m., 113.75
Vilda Kornelija Markevičiūtė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 112.25
Mantas Pajarskas, „Ąžuolyno“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 109.75
Rokas Budrauskas, „Aušros“ gimnazija, Kauno m., 109.75
Jokūbas Ruibys, 5-oji vidurinė mokykla, Panevėžio m., 109.50
Vytautas Šlenfuktas, Vilkaviškio „Aušros“ vidurinė mokykla, Vilkaviškio r., 108.50
Urtė Daužvardytė, „Romuvos“ pagrindinė mokykla, Šiaulių m., 107.25
Simona Pociūtė, Kėdainių Juozo Paukštelio pagrindinė mokykla, Kėdainių r., 106.00
Konstantinas Arefjevas, Žygimanto Augusto pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 105.75
Auksė Tamulytė, „Gabijos“ gimnazija, Vilniaus m., 105.00
Mindaugas Narušis, Marijampolės Sūduvos vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 103.75
Mindaugas Dadurkevičius, Taikos pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 103.25
Lukas Šteinys, Adolfo Ramanausko-Vanago vidurinė mokykla, Alytaus m., 101.75
Aivaras Baranauskas, Ignalinos Česlovo Kudabos pagrindinė mokykla, Ignalinos r., 99.75
Rita Norbutaitė, Laukuvos Norberto Vėliaus gimnazija, Šilalės r., 99.50
Tautvydas Ramanauskas, Stepono Dariaus ir Stasio Girėno gimnazija, Kauno m., 99.50
Antanas Kavaliauskas, „Saulėtekio“ pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 98.75
Maksimas Kluga, „Santaros“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 98.75
Ignas Vaičiulis, Simono Daukanto pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 98.25
Ugnius Beinorius, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 98.25
Violeta Stojalnikova, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 98.25
Arnoldas Bikulčius, Šančių vidurinė mokykla, Kauno m., 97.50
Dominykas Vytautas Jakštonis, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 97.50
Miglė Gražytė, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 97.00
Gabrielė Stočkūnaitė, Dainavos vidurinė mokykla, Alytaus m., 96.50
Petras Gedminas, Telšių „Kranto“ vidurinė mokykla, Telšių r., 95.75
Simonas Kireilis, Marijampolės Jono Totoraičio vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 95.50
Rokas Jutas, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Kauno m., 94.75
Donata Bankauskaitė, Pivašiūnų vidurinė mokykla, Alytaus r., 94.50
Ignas Pilvinis, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 94.50
Audrius Malelė, Emilijos Pliaterytės pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 94.25
Audrius Poškevičius, Garliavos vidurinė mokykla, Kauno r., 93.75
Aurimas Mikėnas, „Žemynos“ pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 93.75
Beatričė Raščiūtė, Kelmės „Aukuro“ vidurinė mokykla, Kelmės r., 93.75
Egle Dobilaitė, Telšių „Ateities“ vidurinė mokykla, Telšių r., 93.75
Jokūbas Jankevičius, Pilaitės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 93.75
Justas Krištopaitis, Kuršėnų Pavenčių vidurinė mokykla, Šiaulių r., 93.75
Beatričė Maniokaitė, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 93.50
Julius Juodagalvis, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 93.25
Paulius Ališauskas, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 93.25
Aliona Burakova, Sofijos Kovalevskajos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 92.50
Emilija Kalis, Krikščionių mokykla „Tikėjimo žodis“, Vilniaus m., 92.50
Ernest Kuckevič, Rudaminos Ferdinando Ruščico gimnazija, Vilniaus r., 92.50
Karolis Bataitis, Tauragės „Šaltinio“ pagrindinė mokykla, Tauragės r., 92.50
Lukas Tamošiūnas, „Saulėtekio“ vidurinė mokykla, Panevėžio m., 92.50
Magnus Midttun, Petro Vileišio pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 92.50
Ugnė Skorupskaitė, Šeškinės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 92.50

Kadetas, 8 klasė, 50 geriausiųjų

Vincentas Čapskis, „Šaltinėlio" privati mokykla, Vilniaus m., 127.25
Vytautas Lalas, Garliavos Jonučių vidurinė mokykla, Kauno r., 126.25
Mantas Kriščiūnas, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 124.75
Žygimantas Stražnickas, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 124.75
Aivaras Saulius, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 123.50
Marius Latinis, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 121.25
Dmitrij Voronov, „Juventos" gimnazija, Vilniaus m., 120.00
Domas Nutautas, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 118.50
Gintas Kuncevičius, „Žemynos" pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 116.25
Konstantinas Steponavičius, Trakų Vytauto Didžiojo gimnazija, Trakų r., 113.75
Mariuš Voitkun, Rudaminos Ferdinando Ruščico gimnazija, Vilniaus r., 113.50
Paulius Žilinskas, Eigulių vidurinė mokykla, Kauno m., 113.25
Donatas Juškauskas, Simono Daukanto pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 112.50
Eimantas Tinginys, Batakių vidurinė mokykla, Tauragės r., 112.50
Daumantas Kavolis, Žygimanto Augusto pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 112.25
Paulius Girdzijauskas, Emilijos Pliaterytės pagrindinė mokykla, Vilniaus m., 111.00
Rugilė Matulevičiūtė, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 110.00
Vilmantas Pupkis, Mikalojaus Daukšos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 109.75
Laima Pučėtaitė, Gargždų „Vaivorykštės" gimnazija, Klaipėdos r., 108.75
Vytautas Pečiukėnas, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 108.50
Rokas Grybėnas, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 108.25
Petras Jaugėla, Milikonių vidurinė mokykla, Kauno m., 107.25
Algirdas Jasinskas, Mikalojaus Daukšos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 106.25
Džiugas Vyšniauskas, Simono Stanevičiaus vidurinė mokykla, Vilniaus m., 106.00
Mykolas Šermukšnis, Abraomo Kulviečio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 106.00
Justina Aglinskaitė, Utenos Aukštakalnio pagrindinė mokykla, Utenos r., 105.75
Vytautas Traškevičius, Marijampolės Sūduvos vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 105.75
Rokas Mikalkevičius, Svėdasų Juozo Tumo-Vaižganto gimnazija, Anykščių r., 105.50
Linas Pugžlys, Martyno Mažvydo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 105.00
Šarūnas Trinkūnas, Utenos Aukštakalnio pagrindinė mokykla, Utenos r., 105.00
Karolina Pleskevičiūtė, Baltupių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 104.75
Donatas Norkus, Žvėryno gimnazija, Vilniaus m., 104.50
Linas Šimatonis, Lekėčių vidurinė mokykla, Šakių r., 104.50
Rytis Grigaliūnas, Paliūniškio pagrindinė mokykla, Panevėžio r., 104.00
Karolis Žitkevičius, Martyno Mažvydo pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 103.75
Linas Povilaitis, Vilkaviškio Salomėjos Nėries vidurinė mokykla, Vilkaviškio r., 103.75
Emilija Zakaitė, Simono Stanevičiaus vidurinė mokykla, Vilniaus m., 102.50
Giedrė Šiaulytė, Krikščionių mokykla „Tikėjimo žodis", Vilniaus m., 102.50
Paulius Jonušas, Senvagės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 102.50
Kamilė Rastenytė, Martyno Mažvydo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 102.25
Sandra Mitkutė, Kalniečių vidurinė mokykla, Kauno m., 102.25
Vladislovas Čižas, Lukiškių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 102.00
Vytautė Mačiulskytė, „Varpo" gimnazija, Klaipėdos m., 102.00
Tomas Kontrimas, Saugų Jurgio Mikšo pagrindinė mokykla, Šilutės r., 101.75
Aušrinė Kulvičiūtė, Mikalojaus Daukšos vidurinė mokykla, Vilniaus m., 101.25
Lukas Klebonas, Naujininkų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 101.25
Sergej Buivolenko, „Santarvės" pagrindinė mokykla, Klaipėdos m., 101.00
Matas Grabauskas, Jonavos Raimundo Samulevičiaus pagrindinė mokykla, Jonavos r., 100.75
Ieva Steponavičiūtė, VšĮ Jėzuitų gimnazija, Kauno m., 100.00
Laurynas Alijošius, Gargždų „Kranto" vidurinė mokykla, Klaipėdos r., 100.00

Junioras, 9 klasė, 50 geriausiųjų

Kristupas Stumbrys, „Saulės“ gimnazija, Kauno m., 112.50
Linas Klimavičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 112.00
Kęstutis Vilčinskas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 109.50
Milena Graužytė, Druskininkų „Ryto“ gimnazija, Druskininkų sav., 108.75
Simonas Mamaitis, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 108.50
Ana Daglis, „Santaros“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 107.00
Tomas Milušauskas, Prienų „Ąžuolo“ pagrindinė mokykla, Prienų r., 105.00
Kiril Gurin, „Santaros“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 101.00
Jonas Sprindys, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 99.00
Moisej Braver, Šolomo Aleichemo vidurinė mokykla, Vilniaus m., 98.75
Jekaterina Mironova, Lazdynų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 98.50
Asta Baradulinaitė, Elektrėnų „Versmės“ gimnazija, Elektrėnų sav., 96.75
Žygimantas Stancelis, Plungės Senamiesčio vidurinė mokykla, Plungės r., 96.75
Martynas Melninkas, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 96.50
Stanislovas Vernys, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 96.50
Gintautas Paulikas, Skuodo Pranciškaus Žadeikio gimnazija, Skuodo r., 96.25
Justinas Česonis, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 96.25
Violeta Girdvainytė, Barstyčių vidurinė mokykla, Skuodo r., 96.00
Mantas Jatkauskas, „Versmės“ vidurinė mokykla, Kauno m., 95.00
Andrius Žiūkas, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 94.50
Ričard Tabolov, „Vingio“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 94.25
Ignas Valiušis, Elektrėnų „Versmės“ gimnazija, Elektrėnų sav., 92.75
Saulius Vaisiūnas, Vievio gimnazija, Elektrėnų sav., 92.50
Viktoras Raklevičius, Stepono Dariaus ir Stasio Girėno gimnazija, Kauno m., 92.50
Povilas Žemaitis, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 91.25
Saulė Dževečkaitė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 91.25
Simas Stepanovas, Pandėlio gimnazija, Rokiškio r., 91.25
Egle Smagurauskaitė, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 91.00
Paulius Sipavičius, Sidabravo vidurinė mokykla, Radviliškio r., 91.00
Gediminas Soliškis, Kalniečių vidurinė mokykla, Kauno m., 90.75
Artūr Vasilevski, Jašiūnų „Aušros“ vidurinė mokykla, Šalčininkų r., 90.00
Artūras Širvaitis, Joniškio „Saulės“ vidurinė mokykla, Joniškio r., 90.00
Julija Korpačiova, Rumšiškių vyskupo Antano Baranausko vidurinė mokykla, Kaišiadorių r., 90.00
Mindaugas Kuodys, 5-oji vidurinė mokykla, Panevėžio m., 90.00
Vaida Maksimavičiūtė, Biržų „Saulės“ gimnazija, Biržų r., 90.00
Edita Staniūtė, Barstyčių vidurinė mokykla, Skuodo r., 89.75
Vykintas Baltrušaitis, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 89.75
Ignas Masiokas, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 89.50
Paulius Leonavičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 89.25
Ingrida Kurlinkutė, Kelmės Jono Graičiūno gimnazija, Kelmės r., 88.75
Karolis Jotauta, Jonavos Senamiesčio gimnazija, Jonavos r., 88.75
Paulius Akelaitis, Jonavos Senamiesčio gimnazija, Jonavos r., 88.75
Rasa Janušaitė, Tauragės „Versmės“ gimnazija, Tauragės r., 88.75
Roberta Karnilavičiūtė, Kėdainių „Šviesioji“ gimnazija, Kėdainių r., 88.75
Rokas Valiukas, Jokūbavo Aleksandro Stulginskio pagrindinė mokykla, Kretingos r., 88.75
Vaidotas Januška, Aleksandrijos pagrindinė mokykla, Skuodo r., 88.75
Dainius Kučinskas, Rietavo Lauryno Ivinskio gimnazija, Rietavo sav., 88.50
Rytis Stankus, „Ąžuolyno“ gimnazija, Klaipėdos m., 88.50
Antanas Muliolis, Žemynos gimnazija, Vilniaus m., 88.25
Greta Rutkevičiūtė, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 88.25
Vytautas Poškus, Gargždų „Vaivorykštės“ gimnazija, Klaipėdos r., 88.25

Junioras, 10 klasė, 50 geriausiųjų

Aleksandras Smoliakovas, Vladislavo Sirokomlės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 143.75
Elena Dulskytė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 138.75
Alik Sobol, Vladislavo Sirokomlės vidurinė mokykla, Vilniaus m., 133.75
Benas Bačanskas, Skapiškio vidurinė mokykla, Kupiškio r., 129.75
Martynas Bendikas, Tauragės „Versmės" gimnazija, Tauragės r., 128.50
Edvard Poliakov, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 121.25
Vytenis Šumskas, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 120.00
Karolis Dziedzelis, Stasio Šalkauskio vidurinė mokykla, Šiaulių m., 118.75
Gabija Bačiūtė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 117.50
Martynas Byla, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 114.75
Benas Kikutis, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 113.75
Dominykas Sedleckas, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 113.75
Gediminas Degutis, VšĮ „Ąžuolo" katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 111.25
Gluosnė Norkutė, Lietuvos aklųjų ir silpnaregių ugdymo centras, Vilniaus m., 111.00
Rytis Kalinauskas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 110.75
Kristina Bakutytė, „Gabijos" gimnazija, Vilniaus m., 110.00
Viktorija Lomovskaja, Riešės gimnazija, Vilniaus r., 109.50
Artūras Valantonis, Karmėlavos Balio Buračo gimnazija, Kauno r., 109.00
Julius Liatukis, Sedos Vytauto Mačernio gimnazija, Mažeikių r., 107.50
Paulius Šlažys, „Purienų" vidurinė mokykla, Kauno m., 107.50
Vytautas Mikalauskas, Kavarsko vidurinė mokykla, Anykščių r., 107.25
Arnas Gabrielius Šlepikas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 106.25
Gintautas Vasauskas, Juliaus Janonio gimnazija, Šiaulių m., 106.25
Liudvikas Akelis, Marijampolės Rygiškių Jono gimnazija, Marijampolės sav., 106.25
Lukas Pukys, „Šaltinėlio" privati mokykla, Vilniaus m., 106.25
Justas Laužadis, Rokiškio „Romuvos" gimnazija, Rokiškio r., 106.00
Balys Momgaudis, Kretingos Jurgio Pabrėžos gimnazija, Kretingos r., 105.75
Arnoldas Šidlauskas, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 104.75
Juozas Petkelis, Hermano Zudermano vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 103.75
Agota Mockutė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 103.50
Gintautas Degutis, VšĮ „Ąžuolo" katalikiškoji vidurinė mokykla, Kauno m., 102.50
Milda Masilionytė, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 102.50
Vladas Jurkevičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 102.00
Emilija Sakavičiūtė, „Santaros" gimnazija, Kauno m., 101.00
Maksim Gaidul, Naujamiesčio vidurinė mokykla, Vilniaus m., 100.50
Žygimantas Jakeliūnas, Molėtų gimnazija, Molėtų r., 100.25
Rokas Martinkus, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 100.00
Rokas Garmašukis, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 100.00
Skaistė Vainutytė, Barstyčių vidurinė mokykla, Skuodo r., 99.75
Gediminas Januškevičius, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 98.50
Eigirdas Griškevičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 97.50
Karolis Junda, Jokūbavo Aleksandro Stulginskio pagrindinė mokykla, Kretingos r., 97.50
Audrius Vaitiekūnas, Skaistgirio vidurinė mokykla, Joniškio r., 96.25
Emilis Skrabs, Hermano Zudermano vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 96.25
Evaldas Pakamorė, Gargždų „Vaivorykštės" gimnazija, Klaipėdos r., 96.25
Ieva Gailiūtė, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 96.25
Ervinas Janavičius, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 96.00
Tomas Krikštaponis, Jėzuitų gimnazija, Vilniaus m., 96.00
Rokas Imbrasas, „Santaros" gimnazija, Kauno m., 95.75
Simonas Baranauskas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 95.50

Senjoras, 11 klasė, 50 geriausiųjų

Rolandas Glotnis, Vytauto Didžiojo gimnazija, Klaipėdos m., 143.75
Deividas Lenkus, Karmėlavos Balio Buračo gimnazija, Kauno r., 126.25
Laurynas Jurevičius, Rokiškio Juozo Tūbelio gimnazija, Rokiškio r., 116.00
Povilas Kanapickas, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 113.25
Gabija Žemaitytė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 112.50
Pijus Simonaitis, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 110.75
Romas Skomskis, Sausio 13-osios vidurinė mokykla, Vilniaus m., 108.75
Andrius Vaicenavičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 106.00
Aurimas Jončius, Marijampolės Sūduvos vidurinė mokykla, Marijampolės sav., 106.00
Paulius Kantautas, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 104.75
Leonas Sutkevičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 103.75
Tadas Lisauskas, Simono Daukanto vidurinė mokykla, Kauno m., 102.75
Antanas Uršulis, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 101.25
Mantas Kurauskas, Karmėlavos Balio Buračo gimnazija, Kauno r., 101.25
Paulius Kazakevičius, „Sietuvos“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 101.00
Giedrius Skiauteris, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 100.00
Rimas Trumpa, Rokiškio „Romuvos“ gimnazija, Rokiškio r., 99.25
Antanas Legota, Vilkaviškio „Aušros“ vidurinė mokykla, Vilkaviškio r., 99.00
Agnė Ulytė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 96.75
Greta Kuprijanovaitė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 94.75
Rytis Vaškevičius, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 94.75
Matas Brazdeikis, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 93.75
Monika Auškalnytė, Pajūrio Stanislovo Biržiškio vidurinė mokykla, Šilalės r., 93.75
Paulina Žvirblytė, Ukmergės Užupio vidurinė mokykla, Ukmergės r., 93.75
Mantas Taroza, Rokiškio Juozo Tūbelio gimnazija, Rokiškio r., 93.50
Audrius Bernotas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 93.25
Evaldas Čiakas, Šilutės Vydūno gimnazija, Šilutės r., 92.75
Denis Segen, „Juventos“ gimnazija, Vilniaus m., 90.25
Dovilė Tarailaitė, Varėnos „Ąžuolo“ vidurinė mokykla, Varėnos r., 90.00
Unė Kaunaitė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 89.75
Viktoras Sutkus, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 89.75
Laurynas Spangevičius, „Santaros“ gimnazija, Kauno m., 88.75
Tautrimas Karickas, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 88.25
Marius Terentjevas, Karmėlavos Balio Buračo gimnazija, Kauno r., 87.75
Tomas Jozonis, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 86.75
Modestas Kievinas, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 86.50
Denis Igošev, „Ateities“ vidurinė mokykla, Vilniaus m., 86.00
Justas Vaičiulis, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 85.75
Živilė Jonaitytė, Vytauto Didžiojo gimnazija, Klaipėdos m., 85.75
Agnė Pelanytė, Pakruojo „Atžalyno“ gimnazija, Pakruojo r., 85.00
Saulė Grybėnaitė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 85.00
Žygimantas Čerškus, Užpalių gimnazija, Utenos r., 85.00
Aistė Svirskytė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 84.50
Lukas Melninkas, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 84.50
Nerijus Mažieda, Šilutės Vydūno gimnazija, Šilutės r., 84.50
Tadas Kartanas, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 84.50
Jonas Antanaitis, Krekenavos Mykolo Antanaičio gimnazija, Panevėžio r., 84.25
Deimilė Balkutė, Karoliniškių gimnazija, Vilniaus m., 83.75
Gediminas Talkevičius, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 83.75
Vygintas Andrušaitis, Baisogalos gimnazija, Radviliškio r., 83.75

Senjoras, 12 klasė, 50 geriausiųjų

Vaidotas Juronis, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 115.00
Leonas Mockūnas, Alsėdžių vidurinė mokykla, Plungės r., 113.75
Vadim Lukoškov, Visagino „Gerosios vilties" vidurinė mokykla, Visagino m., 107.50
Vytautas Labanauskas, Didždvario gimnazija, Šiaulių m., 103.00
Jonas Jakučionis, Stasio Šalkauskio vidurinė mokykla, Šiaulių m., 101.75
Dominykas Šerkšnas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 100.50
Mykolas Jarašiūnas, Šiaulėnų Marcelino Šikšnio vidurinė mokykla, Radviliškio r., 97.50
Nikolaj Fadejev, Visagino „Gerosios vilties" vidurinė mokykla, Visagino m., 97.50
Rapolas Baužys, Kretingos Jurgio Pabrėžos gimnazija, Kretingos r., 97.50
Gediminas Žutautas, Gargždų „Vaivorykštės" gimnazija, Klaipėdos r., 96.25
Andrius Narmontas, Kretingos Jurgio Pabrėžos gimnazija, Kretingos r., 96.00
Darius Steponavičius, Trakų Vytauto Didžiojo gimnazija, Trakų r., 96.00
Deividas Sarapinas, Veiverių Tomo Žilinsko gimnazija, Prienų r., 95.00
Henrikas Kiūpelis, „Ąžuolyno" gimnazija, Klaipėdos m., 95.00
Mindaugas Pranaitis, Lukšių Vinco Grybo vidurinė mokykla, Šakių r., 95.00
Rokas Šimakauskas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 95.00
Tomas Stirblys, Skuodo Pranciškaus Žadeikio gimnazija, Skuodo r., 95.00
Andrius Semionovas, Grinkiškio Jono Poderio vidurinė mokykla, Radviliškio r., 94.75
Justinas Šukys, Mažeikių „Gabijos" gimnazija, Mažeikių r., 94.50
Julius Damarackas, Nemenčinės Gedimino gimnazija, Vilniaus r., 94.25
Miroslav Voroneckij, Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija, Šalčininkų r., 93.75
Raminta Čepulytė, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 93.50
Linas Gelažanskas, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 93.25
Gediminas Velykis, Kėdainių „Šviesioji" gimnazija, Kėdainių r., 92.50
Gustė Briedytė, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 92.50
Vytautas Naujalis, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 92.50
Zbignev Monkevič, Šalčininkų Jano Sniadeckio gimnazija, Šalčininkų r., 92.50
Vilhelmas Bajoras, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 92.00
Linas Matakas, „Saulėtekio" vidurinė mokykla, Šiaulių m., 91.75
Gediminas Baranauskas, Fabijoniškių vidurinė mokykla, Vilniaus m., 91.25
Imantas Budrys, Barstyčių vidurinė mokykla, Skuodo r., 91.25
Raimundas Švenčionis, Kaišiadorių Algirdo Brazausko vidurinė mokykla, Kaišiadorių r., 91.25
Tomas Peluritis, Druskininkų „Ryto" gimnazija, Druskininkų sav., 91.25
Tomas Gražys, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 91.25
Kęstutis Buivydas, VšĮ šv. Mato vidurinė mokykla, Kauno m., 91.00
Antanas Sinica, Salomėjos Nėries gimnazija, Vilniaus m., 90.50
Vilius Butkus, Didždvario gimnazija, Šiaulių m., 90.50
Adomas Žitkevičius, Juozo Balčikonio gimnazija, Panevėžio m., 89.50
Gytis Grigonis, Musninkų vidurinė mokykla, Širvintų r., 89.50
Artiom Primak, Radviliškio Lizdeikos gimnazija, Radviliškio r., 88.25
Mantas Totilas, Vytauto Didžiojo gimnazija, Klaipėdos m., 88.00
Rimantas Kuodys, VšĮ Kauno technologijos universiteto gimnazija, Kauno m., 87.75
Tomas Sakalavičius, Grinkiškio Jono Poderio vidurinė mokykla, Radviliškio r., 87.25
Jonas Bičiūnas, Tuskulėnų vidurinė mokykla, Vilniaus m., 87.00
Vilgailė Dagytė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 87.00
Ieva Pajarskaitė, Vilniaus licėjus, Vilniaus m., 86.00
Karolina Zarankaitė, Anykščių Antano Vienuolio gimnazija, Anykščių r., 86.00
Viktorija Rakejevaitė, Mažeikių Merkelio Račkausko gimnazija, Mažeikių r., 85.75
Algirdas Jurgelis, Joniškio Mato Slančiausko gimnazija, Joniškio r., 85.50
Gediminas Burnickis, Telšių Žemaitės gimnazija, Telšių r., 85.25
Martynas Budriūnas, Vydūno vidurinė mokykla, Klaipėdos m., 85.25



Tarptautinis matematikos konkursas KENGŪRA

Dalyvio kortelė

KAIP UŽPILDYTI DALYVIO KORTELĘ

TEISINGAS KORTELĖS UŽPILDYMAS YRA TESTO DALIS!

1. Kortelę pildykite pieštuku.
2. Jei žymėdami suklydote, IŠTRINKITE žymėjimą trintuku ir žymėkite dar kartą.
3. Nurodytoje vietoje įrašykite savo *mokyklos šifrą* (jį Jums pasakys mokytojas) ir *pavadinimą*.
4. Kryželiu atitinkamuose langeliuose pažymėkite, kuria *kalba* ir kurioje *klasėje* mokotės (gimnazijos klasės - G1, ... , G4).
5. Žemiau nurodytoje vietoje didžiosiomis spausdintinėmis raidėmis įrašykite savo *vardą* ir *pavardę*.

Pavyzdys: Pavardė **P A V A R D E N I S**

6. Išsprendę testo uždavinį, nurodytoje šios kortelės vietoje pažymėkite tik vieną pasirinktą atsakymą.

Žymėjimo kryželiu pavyzdys: 

ATSAKYMŲ DALIS

Mokyklos šifras

Mokyklos pavadinimas

Kalba

Lietuvių ☐
Lenkų ☐
Rusų ☐
Anglų ☐

Klasė	Nykštukas		Mažylis		Bičiulis		Kadetas		Junioras		Senjoras	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9(G1)	10(G2)	11(G3)	12(G4)
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Vardas

Pavardė

Uždavinių atsakymai

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	☐	☐	☐	☐	☐	7	☐	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐	☐	25	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	8	☐	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐	☐	26	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	9	☐	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐	☐	21	☐	☐	☐	☐	☐	27	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	10	☐	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐	☐	22	☐	☐	☐	☐	☐	28	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐	☐	23	☐	☐	☐	☐	☐	29	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐	☐	24	☐	☐	☐	☐	☐	30	☐	☐	☐	☐	☐

PASTABOS

1. Už teisingą atsakymą skiriami visi uždavinio taškai. Už nenurodytą atsakymą skiriama 0 taškų, o už klaidingą atsakymą atimama 25% uždavinio taškų.
2. KORTELĖS NEGALIMA LANKSTYTI IR GLAMŽYTI.
3. Atlikę užduotį, konkurso organizatoriams grąžinkite tik šią kortelę. Sąlygų lapelis ir sprendimai lieka Jums.

Automatinis apdorojimas. Nacionalinis egzaminų centras, 2009

Ką gi laimi konkurso nugalėtojai, kaip jie apdovanojami? Dešimt geriausiai konkurse pasirodžiusių juniorų kartu su dar penkiais lenkų mokyklų mokiniais rugpjūtį vyko į tarptautinę kengūrininkų stovyklą Zakopanėje (Lenkija), grupė lyderių stovyklavo Minske (Baltarusija). Būrys mūsų geriausių kadetų rugpjūčio pradžioje ilsėjosi ir treniravosi puikiuose „Toliejos“ poilsio namuose, įsikūrusiuose tarp ežerų ir miškų Molėtų rajone. Stovykloje buvo visų Lietuvos rajonų atstovų. Kartu ten vyko ir tarptautinė *Kengūros* stovykla, kurioje kartu su mūsų laimėtojais dalyvavo svečiai iš Lenkijos.

Visi dalyviai, patekę į savo klasės penkiasdešimtukus, taip pat kiekvieno miesto, rajono ar savivaldybės 10 geriausių sprendėjų (net ir nepatekusių į 50-tukus) gavo *Kengūros* užrašų knygutę. Klasių nugalėtojai dar gavo pačių vertingiausių prizų — įvairios matematinės literatūros.

Kartą metuose *Kengūros* asociacijos šalių atstovai susirenka į visuotinį suvažiavimą. 2008 metais toks suvažiavimas vyko Berlyne (Vokietija) spalio mėnesį. Jame buvo apsvarstytos užduotys 2008 metų konkursui. Prieš suvažiavimą iš įvairių šalių atsiųsti uždaviniai buvo atitinkamai suskirstyti į 5 grupes ir sudėti į storą knygą. Tokį rinkinį gavo kiekvienos šalies atstovai. Iš viso sąrašo balsuojant buvo sudarytos rekomenduojamos užduotys (kaip įprasta, mažylių grupei — 24 klausimai, kitoms grupėms — po 30 klausimų), tada užduotys buvo tikslinamos, redaguojamos, ir išvažiuodama kiekviena šalis turėjo angliškai parengtą preliminarų užduočių rinkinį (beje, be sprendimų). Vis dėlto reikia pasakyti, kad galutinės užduotys gerokai skyrėsi nuo rekomenduotųjų — kiekviena šalis turi teisę užduotyse šį bei tą keisti, atsižvelgdama į savo skonį ir matematikos programas. Be to, šalys, organizuojančios konkursą „Nykštuko“ grupei, 18 užduočių jam rengia pačios.

Konkurso metu negalima naudotis skaičiuokliais. Konkursas testinis, — tai reiškia, kad tik vienas atsakymas iš penkių pateiktų yra teisingas, ir tą atsakymą reikia nustatyti. Gautą atsakymą dalyvis nurodo savo kortelėje (dalyvio kortelės pavyzdys įdėtas 17 psl.; ten paaiškinta, kaip ją reikia užpildyti). Jeigu jūs beveik neabejojate atsakymu, tai geriausia parašyti tą atsakymą, pasižymėti jį sau, sakykime, klaustuku, ir grįžti prie jo tik tada, jei liktų laiko (beje, jo greičiausiai neliks). Todėl konkursui galima ruoštis kryptingai, ne kaip egzaminui ar olimpiadai: čia įrodinėti nieko nereikia. Dėl šios priežasties konkursas yra labai demokratiškas — sakysime, geras, bet lėtas ir specialiai konkursui nesirengęs olimpiadininkas gali parodyti blogesnį rezultatą negu pritingintis, bet greitos orientacijos mokinys.

Vertinant darbus, už teisingą atsakymą duodamas prieš uždavinį nurodytas taškų skaičius, už nenurodytą atsakymą — 0 taškų, už nurodytą neteisingą atsakymą atimama ketvirtadalis uždaviniui skiriamų taškų. Kad nebūtų neigiamų rezultatų, kiekvienam dalyviui iš karto skiriama 30 taškų (nykštukams — 78 taškai, mažyliams — 54 taškai). Todėl dalyvis gali gauti nuo 0 iki 150 taškų (nykštukas — nuo 60 iki 150 taškų, mažylis — nuo 30 iki 150 taškų).

Kortelės teisingas užpildymas taip pat yra testo dalis, ir iš apsirikusių užpildant kortelę jokios pretenzijos nepriimamos. Beje, internete buvo nurodytos neteisingai kortelę užpildžiusių dalyvių pavardės, ir jiems buvo suteikta galimybė per savaitę patikslinti duomenis (dalis dalyvių ta galimybe sėkmingai pasinaudojo).

Šioje knygelėje pateiktos 2009 m. *Kengūros* konkurso užduotys ir jų sprendimai. Kad mokinys galėtų pasitreniruoti ir pasitikrinti, knygelės gale yra visų užduočių teisingų atsakymų lentelė. Mokinys galėtų daryti taip: pasiimti iš pradžių, pavyzdžiui, žemesnės klasės testą ir atlikti jį per 75 minutes. Po to jis gali pasitikrinti atsakymus ir spręsti apie savo galimybes. Lygiai tą patį jis gali atlikti su savo ar vyresnės klasės testu — dauguma vyresniųjų klasių užduočių taip pat „įkandamos“ jaunesniesiems.

Knygelėje pateikti visų uždavinių detalūs sprendimai, ir truputėlį pasitreniravus, juos galima tiesiog skaityti. Kad būtų patogiau, sprendimų dalyje po uždavinio numerio iš karto nurodoma, kuris atsakymas teisingas.

? Ženklu **?** pažymėtas „spėjimas“. Žinoma, dažniausiai tas spėjimas yra sprendimas arba beveik sprendimas, tik spėjime dažniausiai remiamasi tuo, kad teisingas yra vienintelis iš penkių siūlomų atsakymų. Todėl atspėjus atsakymą ir pasitikrinus, kad jis tinka, nieko daugiau daryti nebereikia. Kai spėti atsakymą beprasmiška, spėjimas knygelėje iš viso neduodamas ir iš karto pateikiamas sprendimas. Dar kartą pabrėžiame — rengiantis *Kengūros* konkursui visiškai pakanka pabandyti savarankiškai paspręsti uždavinius ir paskaityti klaustuko ženklu pažymėtus spėjimus ar trumpą sprendimą. Keliais klaustukais žymimi kiti spėjimo būdai.

! Ženklu **!** žymimas griežtas sprendimas. Suprantama, perskaityti sprendimą labai naudinga: čia įrodoma, kad kiti atsakymai netinka, mokoma logiškai samprotauti. Tai visada pravers gyvenime ir mokykloje, laikant egzaminus ar dalyvaujant olimpiadose. Beje, būtent *Kengūros* konkursui sugalvojama daugybė naujų gražių uždavinių. Po to tuos uždavinius galima atpažinti visur — olimpiadose, valstybinių egzaminų užduotyse ir vadovėliuose.

!! Ženklu **!!** (o kartais ir ženklu **!!!**) žymimi kiti sprendimai, dažnai trumpesni, bet reikalaujantys daugiau žinių. Keliais šauktukais taip pat žymimos pastabos, komentarai mokytojui, siūlomi sunkesni panašūs uždaviniai ir kt.

Kiek daug gali skirtis uždavinio atsakymo spėjimas (pakankamas dalyvaujant konkurse) ir to uždavinio griežtas sprendimas, labai gerai matyti, pavyzdžiui, iš uždavinių S16, S19. Apčiuopti teisingą atsakymą čia paprasta, o griežtai išspręsti uždavinį — labai sunku.
Stengiantis padėti pasirengti konkursui rusų, lenkų ir anglų mokyklų mokiniams, į knygelę įdėtos 2009 m. užduočių sąlygos jų kalbomis. Tai ypač svarbu žemesniųjų klasių mokiniams, kuriems skaityti matematinį tekstą lietuviškai sunku. Ta proga galima priminti, kad Pasaulio matematikos olimpiadoje visi mokiniai gauna sąlygas ir rašo sprendimus gimtąja kalba.

Nuoširdžiai dėkojame:

- visiems dalyviams bei konkurso organizatoriams miestuose, rajonuose ir mokyklose, pasistengusiems, kad konkursas vyktų sklandžiai;
- Matematikos ir informatikos institutui, padėjusiam rengti konkursą, Viešajai įstaigai „Multimedijos centras humanitarams“, nuveikusiai didžiumą organizacinių darbų, ir leidyklai TEV, visokeriopai rėmusiai konkursą;
- Švietimo ir mokslo ministerijai, glaudžiai bendradarbiavusiai su organizavimo komitetu ir palaikiusiai nuolatinį ryšį su mokyklomis.

Daugiau informacijos rasite internete: http://www.kengura.lt.
Visais iškilusiais klausimais prašom kreiptis į *Kengūros* organizavimo komitetą — tel.: (8-5) 2729803 ir (8-5) 2109324, el. paštas: info@kengura.lt, Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius.
2010 metų konkursas įvyks kovo 18 dieną, o sąlygos vėl bus parengtos lietuvių, lenkų, rusų ir anglų kalbomis.
Sėkmės rengiantis konkursui! Kviečiame gausiai dalyvauti!

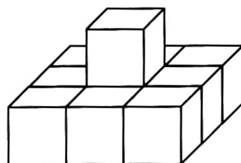
Organizavimo komitetas

2009 m. konkurso užduočių sąlygos



NYKŠTUKAS (I ir II klasės)

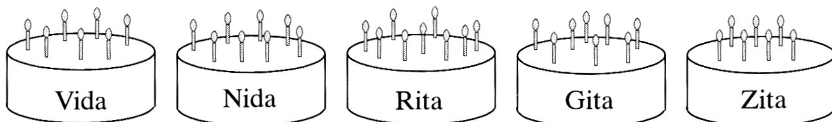
KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS



N1. Iš kelių kubelių pastatytas pavaizduotas statinys?
A 12 **B** 8 **C** 9 **D** 10 **E** 11

N2. Dabar yra 2009 metai. Kokia šio skaičiaus skaitmenų suma?
A 7 **B** 11 **C** 12 **D** 18 **E** 209

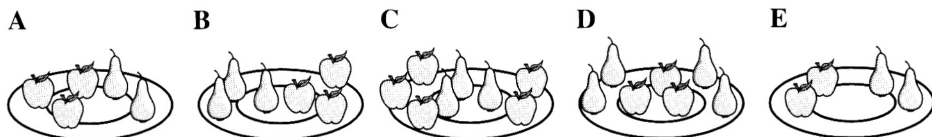
N3. Penkios draugės tą pačią dieną šventė gimtadienius. Paveikslėlyje pavaizduoti jų šventiniai tortai.



Kuri iš jų yra vyriausia?
A Vida **B** Nida **C** Rita **D** Gita **E** Zita

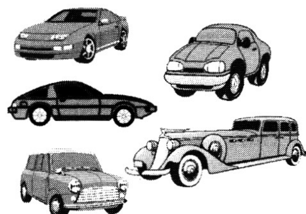
N4. Kurioje lėkštėje obuolių yra mažiau negu kriaušių?

A **B** **C** **D** **E**



N5. Ieva į lentelę įrašė keturis skaičius, kurių suma lygi 50. Ant vieno iš tų skaičių nutūpė peteliškė. Kokį skaičių dengia peteliškė?
A 18 **B** 3 **C** 9 **D** 13 **E** 8

5	
20	17



N6. Petras turi 12 mašinėlių, o Povilas — keturiomis daugiau negu Petras. Kiek mašinėlių turi Petras ir Povilas kartu?
A 28 **B** 16 **C** 48 **D** 20 **E** 8

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

N7. Tėtis su trimis vaikais nuėjo į cirką. Lentelėje pateiktos bilietų kainos.

KASA	
Bilietas vaikui	9 Lt
Bilietas suaugusiajam	12 Lt

Kiek litų sumokėjo tėtis už bilietus?

A 48 **B** 21 **C** 39 **D** 30 **E** Kita suma

N8. Onutė užrašė dvi lygybes, o tada kai kuriuos skaičius užklijavo lipdukais:

21 – 7 = ❀

2 · ❀ = ✪ + 1

Lipdukais ❀ užklijuoti vienodi skaičiai. Koks skaičius yra po lipduku ✪?

A 15 **B** 14 **C** 25 **D** 27 **E** 28

N9. Gydytojas Agnei išrašė 60 tablečių ir liepė gerti po 1 tabletę kasdien. Agnė pradėjo gydytis pirmadienį. Kurią savaitės dieną ji išgers paskutinę tabletę?

A Pirmadienį **B** Antradienį **C** Trečiadienį **D** Ketvirtadienį **E** Penktadienį

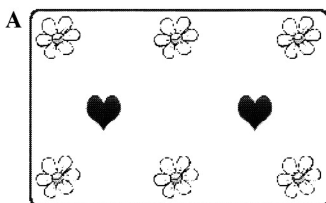
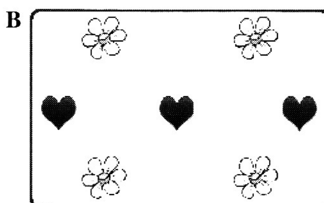
N10. Mama Julei nupirko 6 vienodas dėžutes spalvotų kreidelių. Julė iš dviejų dėžučių išėmė visas kreideles — jų buvo 18. Kiek iš viso kreidelių nupirko mama?

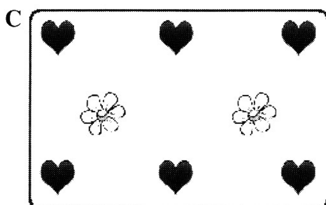
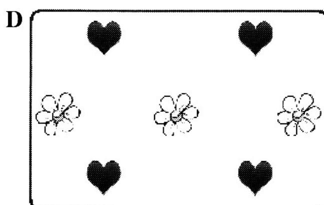
A 26 **B** 54 **C** 24 **D** 108 **E** 9

N11. Tomas 2 cm aukštesnis už Petrą ir 5 cm aukštesnis už Povilą. Kiek centimetrų Petras aukštesnis už Povilą?

A 7 cm **B** 3 cm **C** 10 cm **D** Povilas yra aukštesnis už Petrą
E Nustatyti neįmanoma

N12. Mergaitės piešė piešinėlius su gėlytėmis ir širdutėmis. Ievos piešinėlyje yra 6 gėlytės, o Onos piešinėlyje — 4 širdutės. Ilona nupiešė 3 kartus mažiau gėlyčių negu Ieva ir dviem širdutėmis daugiau negu Ona. Kuris piešinėlis yra Ilonos?

A

B


C

D


E Nė vienas iš pavaizduotų

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

N13. Zoologijos sode yra 19 beždžionių: 4 šimpanzės, 3 pavianai, o likusios — kapucinai. Kapucinai užima tris voljerus, ir kiekviename voljere jų yra po lygiai. Kiek kapucinų yra viename voljere?

A 5 **B** 7 **C** 3 **D** 6 **E** 4

N14. Jonukui dabar yra 4 metai, o jo tėčiui — 26 metai. Kiek metų bus Jonuko tėčiui tada, kai Jonukas bus 3 kartus vyresnis negu yra dabar?

A 78 **B** 38 **C** 42 **D** 34 **E** Kitas atsakymas

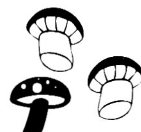
N15. Močiutė iškepė pyragėlių su varške ir su uogiene — iš viso 31 pyragėlį. Kad pyragėlių su varške ir pyragėlių su uogiene pasidarytų po lygiai, ji dar iškepė 11 pyragėlių su varške. Kiek pyragėlių su varške močiutė iškepė iš pradžių?

A 10 **B** 21 **C** 20 **D** 15 **E** Kitas atsakymas

N16. Kai Rima nusipirko du vienodus rašiklius, tai jai liko 4 Lt. Jei ji norėtų nusipirkti dar 2 tokius pat rašiklius, tai jai pritrūktų 2 Lt. Kiek kainuoja vienas rašiklis?
A 2 Lt **B** 10 Lt **C** 6 Lt **D** 3 Lt **E** Kitas atsakymas

N17. Adomas, Marius, Paulius ir Tomas renka pašto ženklus. Marius jų turi daugiau negu Paulius, o Tomas — mažiau negu Adomas. Mažiausiai ženklų turi ne Tomas. Kuris berniukas turi mažiausiai ženklų?
A Adomas **B** Marius **C** Paulius **D** Tomas **E** Nustatyti neįmanoma

N18. Tėtė rinko baravykus 2 valandas. Per pirmą valandą jis rado 39 baravykus. Kiek baravykų tėtė rado per antrą valandą, jei mama, per 5 minutes išvalydama 7 baravykus, visus tėtės surinktus baravykus suvalė per 40 minučių?



A 74 **B** 56 **C** 49 **D** 39 **E** 17

MAŽYLIS (III ir IV klasės)

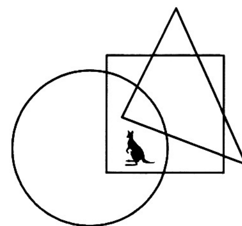


KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

M1. Kam lygu $200 \cdot 9 + 200 + 9$?

A 418 **B** 1909 **C** 2009 **D** 4018 **E** 20009

M2. Kur yra kengūrėlė?

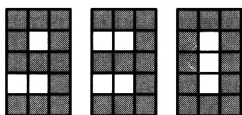


A Skritulyje ir trikampyje, bet ne kvadrate
B Skritulyje ir kvadrate, bet ne trikampyje
C Trikampyje ir kvadrate, bet ne skritulyje
D Skritulyje, bet ne kvadrate ir ne trikampyje
E Kvadrate, bet ne skritulyje ir ne trikampyje

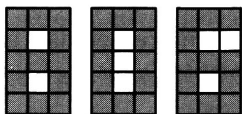
M3. Šeimoje yra penki broliukai. Kiekvienas iš jų turi vieną sesutę. Kiek šeimoje yra vaikų?

A 10 **B** 9 **C** 8 **D** 7 **E** 6

M4. Paveikslėlyje matome skaičių 930.



Kiek kvadratėlių reikia perspalvinti, kad gautume skaičių 806?

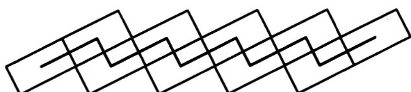


A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8 **E** 9

M5. Mama nupirko 16 mandarinų. Karolis suvalgė pusę iš jų, Ieva suvalgė du mandarinus, o Dana suvalgė likusius. Kiek mandarinų suvalgė Dana?

A 4 **B** 6 **C** 8 **D** 10 **E** 12

M6. Sodo takelis suklotas iš 10 plytų 4 dm×6 dm. Antanas nubrėžė storą liniją, jungiančią plytų vidurio taškus.



Koks tos linijos ilgis?

A 25 dm **B** 40 dm **C** 46 dm **D** 50 dm **E** 92 dm

M7. Sofiko metė šešiasienį lošimo kauliuką keturis kartus. Sudėjusi atvirtusių akučių skaičius ji gavo 23. Kiek kartų atvirto 6 akutės?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

M8. Filmo trukmė 90 minučių. Per televiziją jį pradėjo rodyti 17:10. Rodant filmą buvo dvi reklaminės pertraukos. Viena pertrauka truko 8 minutes, o kita — 5 minutes. Kada filmas baigėsi?

A 18:13 **B** 18:27 **C** 18:47 **D** 18:53 **E** 19:13

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

M9. Šokių būrelyje iš pradžių buvo 25 berniukai ir 19 mergaičių. Kiekvieną savaitę į būrelį buvo priimami nauji 2 berniukai ir 3 mergaitės. Kiek savaičių praeis, kai mergaičių būrelyje bus tiek pat, kiek ir berniukų?

A 6 **B** 5 **C** 4 **D** 3 **E** 2

M10. Petras turėjo plytelę šokolado. Jis atlaužė vieną eilę iš 5 gabaliukų broliukui, o tada vieną eilę iš 7 gabaliukų sesutei, kaip parodyta paveikslėlyje. Kiek gabaliukų buvo iš pradžių visoje šokolado plytelėje?

Broliukui

Sesutei

A 28 **B** 32 **C** 35 **D** 40 **E** 54

M11. Balta ir degla kiaulė kartu sveria 139 kilogramus. Baltoji kiaulė sveria 35 kilogramais mažiau už degląją. Kiek sveria degloji kiaulė?

A 104 kg **B** 87 kg **C** 52 kg **D** 96 kg **E** 53 kg

M12. Į lentelės 3×3 langelius įrašyti 9 skaičiai (žr. pav.). Vienu ėjimu galima sukeisti vietomis bet kuriuos du skaičius. Kiek mažiausiai prireiks ėjimų, kad kiekvienos eilutės skaičių suma dalytųsi iš 3?

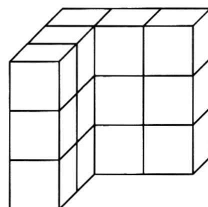
4	5	1
8	10	4
7	1	2

A Tokios lentelės gauti neįmanoma **B** 3 **C** 1 **D** 4 **E** 2

M13. Vienos stačiakampio kraštinės ilgis yra 8 cm, o kita kraštinė yra perpus trumpesnė. Koks yra kvadrato kraštinės ilgis, jei kvadrato perimetras lygus stačiakampio perimetrui?

A 4 cm **B** 6 cm **C** 8 cm **D** 12 cm **E** 24 cm

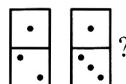
M14. Tomas iš vienodų kaladėlių sustatė statinį (žr. pav.). Kiek kaladėlių jam prireikė?

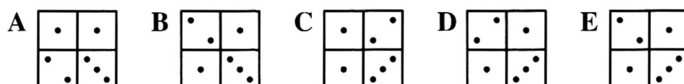


A 6 **B** 12 **C** 13 **D** 15 **E** 16

M15. Trys voveraitės Agnė, Dagnė ir Ugnė rado 7 riešutus. Jos visos rado nevienodai riešutų, ir kiekviena rado bent vieną riešutą. Agnė rado mažiausiai riešutų, Dagnė — daugiausiai. Kiek riešutų rado Ugnė?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** Nustatyti neįmanoma

M16. Kurios figūros neįmanoma sudėti iš tokių dviejų domino kauliukų:  ?



KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

M17. Ūkininkas turi 30 karvių ir kažkiek viščiukų. Bendras viščiukų kojų skaičius lygus bendram karvių kojų skaičiui. Kiek galvų turi karvės ir viščiukai kartu?

A 60 **B** 90 **C** 120 **D** 180 **E** 240

M18. Ona ir Petras gyvena toje pačioje gatvėje. Visi namai stovi vienoje gatvės pusėje. Į vieną galą nuo Onos namo yra 27 namai, o į kitą galą — 13 namų. Petras gyvena viduriniame name. Kiek namų skiria Onos namą nuo Petro namo?

A 6 **B** 7 **C** 8 **D** 14 **E** 21

M19. Žvalgas nori atspėti šešių skaitmenų kodą. Jis žino, kad pirmo, trečio ir penkto skaitmenų suma lygi antro, ketvirto ir šešto skaitmenų sumai. Kuris iš nurodytų pavyzdžių galėtų tikti tam kodui?

A 81∗∗61 **B** 7∗727∗ **C** 4∗4141 **D** 12∗9∗8 **E** 181∗2∗

M20. Mėta renka garsių sportininkų fotografijas. Kiekvienais metais jos nuotraukų skaičius lygus dvejų paskutinių metų jos turėtų nuotraukų skaičių sumai. 2008 metais ji turėjo 60 nuotraukų, o šiais 2009 metais ji turi 96 nuotraukas. Kiek nuotraukų ji turėjo 2006 metais?

A 20 **B** 24 **C** 36 **D** 40 **E** 48

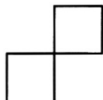
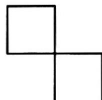
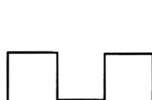
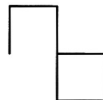
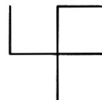
M21. Darželyje beliko 1 raudona, 1 mėlyna, 1 geltona ir 1 balta gėlė. Bitė Maja kiekvieną gėlę aplanko tik vieną kartą. Ji pradeda nuo raudonos gėlės, ir niekada nuo geltonos gėlės neskrenda tiesiai prie baltos. Keliais būdais Maja gali apskristi visas gėles?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

M22. Češyro Katinas išnyko 6:15, ir laikrodis, anksčiau ėjęs teisingai, pamišo ir ėmė tuo pačiu greičiu eiti atgal. Češyro Katinas vėl pasirodė 19:30. Kokį laiką tuo momentu rodė pamišęs laikrodis?

A 17:00 **B** 17:45 **C** 18:30 **D** 19:00 **E** 19:15

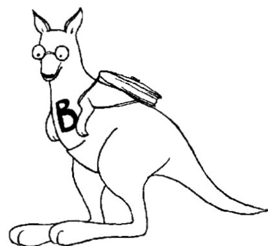
M23. Silvija braižo figūrėles iš 1 cm ilgio atkarpų. Kiekvienos atkarpos gale ji visada pasuka stačiu kampu — arba į kairę, arba į dešinę. Atskirame lape ji piešia simbolį ♡, jei pasuko į dešinę, ir simbolį ♠, jei pasuko į kairę. Sykį ji nubraižė figūrą ir nupiešė tokius simbolius: ♡ ♠ ♠ ♠ ♡ ♡. Kurią iš figūrų ji galėjo nubraižyti?

A  **B**  **C**  **D**  **E** 

M24. Bet kurio Šleivijos gyventojo kairiosios kojos dydis vienu arba dviem vienetais didesnis už dešiniosios. Nepaisant to, Šleivijoje batai yra parduodami to paties dydžio poromis. Keletas draugų nusipirko kažkiek porų batų. Iš tų batų kiekvienas draugas išsirinko po sau tinkamus du batus. Tada paaiškėjo, kad liko vienas 36 dydžio batas ir vienas 45 dydžio batas. Koks galėjo būti mažiausias tų draugų skaičius?

A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8 **E** 9

BIČIULIS (V ir VI klasės)

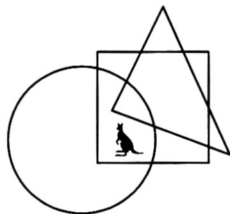


KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

B1. Kuris iš šių skaičių yra lyginis?

A 2009 **B** $2+0+0+9$ **C** $200-9$ **D** 200×9 **E** $200+9$

B2. Kur yra kengūrėlė?



A Skritulyje ir trikampyje, bet ne kvadrate
B Skritulyje ir kvadrate, bet ne trikampyje
C Trikampyje ir kvadrate, bet ne skritulyje
D Skritulyje, bet ne kvadrate ar trikampyje
E Kvadrate, bet ne skritulyje ar trikampyje

B3. Kiek sveikųjų skaičių yra tarp 2,008 ir 20,09?

A 17 **B** 18 **C** 19 **D** 16 **E** Daugiau negu 19

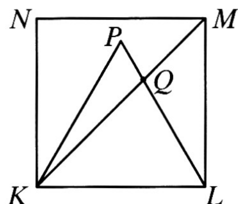
B4. Reikia nutrinti skaičiaus 12323314 kai kuriuos skaitmenis taip, kad likęs skaičius būtų *palindromas* — skaičius, kuris nepasikeičia perskaičius jį nuo galo. Kiek mažiausiai skaitmenų teks nutrinti?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

B5. Yra trys dėžutės: balta, raudona ir žalia. Vienoje iš jų yra plytelė šokolado, kitoje — obuolys, o likusioji dėžutė yra tuščia. Šokoladas yra arba baltoje, arba raudonoje dėžutėje, o obuolio nėra nei baltoje, nei žalioje dėžutėje. Kurioje dėžutėje yra šokoladas?

A Baltoje **B** Raudonoje **C** Žalioje **D** Nė vienoje iš paminėtų
E Neįmanoma nustatyti

B6. Paveikslėlyje pavaizduotas kvadratas $KLMN$ ir lygiakraštis trikampis KLP. Kvadrato įstrižainė KM ir lygiakraščio trikampio kraštinė LP kertasi taške Q. Kam lygus kampas LQM?

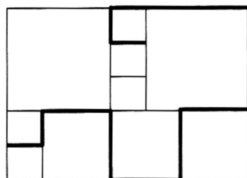
A 95° **B** 105° **C** 115° **D** 125° **E** 135°



B7. Per upę pastatytas tiltas. Upės plotis yra 120 m. Ketvirtadalis tilto yra virš kairiojo upės kranto, kitas ketvirtadalis tilto yra virš dešiniojo kranto. Koks yra tilto ilgis?

A 150 m **B** 180 m **C** 210 m **D** 240 m **E** 270 m

B8. Paveikslėlyje matome stačiakampį, padalytą į 10 trijų skirtingų dydžių kvadratų. Mažiausiojo kvadrato kraštinės ilgis yra 20 cm. Kam lygus paryškintos laužtės ilgis?

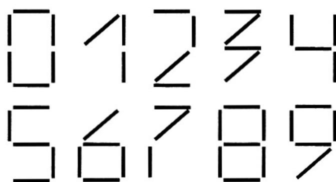


A 380 cm **B** 400 cm **C** 420 cm **D** 440 cm
E 1680 cm

B9. Kambaryje žaidžia katės ir šunys. Katės letenėlių turi dukart daugiau negu šunys turi nosių. Kačių kambaryje yra

A dukart daugiau kaip šunų **B** tiek pat kaip šunų **C** perpus tiek, kiek šunų
D keturiskart mažiau nei šunų **E** keturiskart daugiau nei šunų

B10. Iš vienodų pagaliukų dėliojame skaitmenis, kaip tai pavaizduota dešinėje. Skaičiaus *svoriu* vadinkime skaičių pagaliukų, kurių reikia tam skaičiui sudaryti. Kam lygus sunkiausio dviženklio skaičiaus svoris?



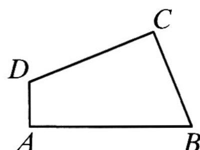
A 10 **B** 11 **C** 12 **D** 13 **E** 14

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

B11. Kiek yra tokių natūraliųjų skaičių n, kad $n + 2$ būtų skaičiaus 78 daliklis?

A 8 **B** 7 **C** 6 **D** 5 **E** 4

B12. Keturkampio $ABCD$ kraštinių ilgiai yra $AB = 11$, $BC = 7$, $CD = 9$, $DA = 3$. Jo kampai A ir C yra statūs. Kam lygus šio keturkampio plotas?

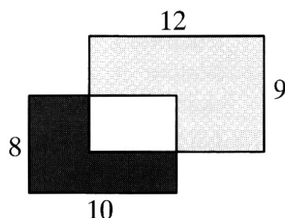


A 30 **B** 44 **C** 48 **D** 52 **E** 60

B13. Šokių būrelyje iš pradžių buvo 39 berniukai ir 23 mergaitės. Kiekvieną savaitę į būrelį buvo priimami nauji 6 berniukai ir 8 mergaitės. Šiandien būrelyje mergaičių yra tiek pat, kiek ir berniukų. Kiek dabar būrelyje yra vaikų?

A 144 **B** 154 **C** 164 **D** 174 **E** 184

B14. Du stačiakampiai 8×10 ir 9×12 persidengia. Juodasis plotas lygus 37. Kam lygus pilkasis plotas?

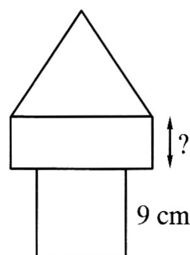


A 60 **B** 62 **C** 62,5 **D** 64 **E** 65

B15. Aštuonios kortelės sunumeruotos skaičiais nuo 1 iki 8. Jos įdėtos į dėžutes M ir N. Abiejų dėžučių kortelių numerių sumos yra lygios. Dėžutėje M yra trys kortelės. Tada būtinai

A dėžutėje N bent trys kortelės turi nelyginius numerius
B dėžutėje N keturios kortelės turi lyginius numerius
C dėžutėje N nėra kortelės su skaičiumi 1
D dėžutėje N yra kortelė su numeriu 2
E dėžutėje N yra kortelė su numeriu 5

B16. „Bokštą“ sudaro trys figūros — kvadratas, stačiakampis ir lygiakraštis trikampis. Visos trys figūros turi tą patį perimetrą. Kvadrato kraštinė lygi 9 cm. Kam lygus klaustuku pažymėtos stačiakampio kraštinės ilgis?



A 4 cm **B** 5 cm **C** 6 cm **D** 7 cm **E** 8 cm

B17. Dėžė $40 \times 40 \times 60$ užpildyta vienodais kubais. Kiek mažiausiai kubų galėtų joje būti?

A 96 **B** 96 000 **C** 12 **D** 12 000 **E** 768

B18. Pranas pradėjo skaityti 290 puslapių knygą sekmadienį. Jis perskaito po 4 puslapius kasdien, išskyrus sekmadienius, — sekmadieniais jis perskaito po 25 puslapius. Kiek dienų Pranas skaitys knygą?

A 15 **B** 46 **C** 40 **D** 35 **E** 41

B19. Andrius, Bronius, Česlovas ir Darius užėmė keturias pirmąsias vietas fechtavimo turnyre. Andriaus, Broniaus ir Dariaus užimtų vietų suma lygi 6. Tas pats skaičius gaunamas ir sudėjus Broniaus ir Česlovo užimtas vietas. Kas užėmė pirmąją vietą, jei Bronius pasirodė geriau už Andrių?

A Andrius **B** Bronius **C** Česlovas **D** Darius **E** Neįmanoma nustatyti

B20. Alius iš 2009 vienodų kvadratų sudėjo stačiakampį. Kiek skirtingų stačiakampių galėjo gauti Alius?

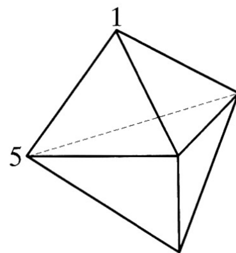
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 5 **E** 10

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

B21. Apie natūralųjį skaičių M pasakyti keturi teiginiai:
M dalijasi iš 5; M dalijasi iš 11; M dalijasi iš 55; M mažesnis už 10.
Paaiškėjo, kad du iš šių teiginių yra teisingi, o kiti du — klaidingi. Tada M yra

A 0 **B** 5 **C** 10 **D** $11 \cdot 55$ **E** 55

B22. Paveikslėlyje pavaizduotas briaunainis, sudarytas iš 6 trikampių. Prie kiekvienos jo viršūnės parašyta po skaičių ir apskaičiuotos kiekvienos sienos viršūnių skaičių sumos. Visos gautos sumos yra lygios, o du iš parašytų skaičių yra 1 ir 5, kaip parodyta paveikslėlyje. Kam lygi visų penkių viršūnėse parašytų skaičių suma?

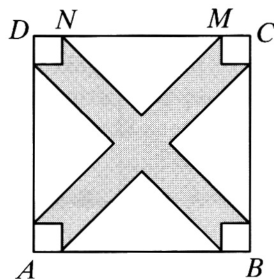


A 9 **B** 12 **C** 17 **D** 18 **E** 24

B23. Viešbučio kambarių numeriai yra triženkliai skaičiai. Pirmasis skaitmuo žymi aukšto numerį, o kiti du — kambario tame aukšte numerį (pvz., 105 žymi 5-tą pirmojo aukšto kambarį). Viešbutis turi penkis aukštus, sunumeruotus nuo 1 iki 5, kurių kiekviename yra 35 kambariai, sunumeruoti nuo 01 iki 35. Kiek kartų šio viešbučio kambarių numeriuose pasikartoja skaitmuo 2?

A 60 **B** 65 **C** 95 **D** 100 **E** 105

B24. $ABCD$ yra kvadratas, kurio kraštinė lygi 10 cm. Atstumas tarp taškų M ir N yra 6 cm. Visos brėžinyje neužtušuotos sritys yra arba vienas kitam lygūs lygiašoniai statieji trikampiai, arba vienas kitam lygūs kvadratai. Raskite užtušuotos srities plotą.



A 42 cm^2 **B** 46 cm^2 **C** 48 cm^2 **D** 52 cm^2 **E** 58 cm^2

B25. Paveikslėlyje nurodyta kiekvieno stulpelio ir kiekvienos eilutės skaičių, pasislėpusių po raidėmis, suma.

a	b	a	11
b	a	c	8
b	c	a	8
10	8	9	

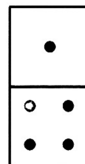
Kam lygu $a + b - c$?

A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 8

B26. Jadvyda sudaugino 18 daugiklių, lygių 8, ir 50 daugiklių, lygių 5. Kiek skaitmenų turi gautas rezultatas?

A 13 **B** 40 **C** 52 **D** 60 **E** 100

B27. Stačiakampį domino kauliuką sudaro du kvadratai, kurių kiekviename gali būti bet kuris akučių skaičius nuo 0 iki 6. Pilną domino kauliukų komplektą sudaro 28 skirtingi kauliukai. Kiek iš viso akučių yra viso domino komplekto kauliukuose?



A 84 **B** 105 **C** 126 **D** 147 **E** 168

B28. Paveikslėlyje matome lentelę 4×2, kurios pirmoje eilutėje įrašyti du skaičiai, o kiekvienos kitos eilutės skaičiai lygūs virš jos esančios eilutės skaičių sumai ir skirtumui. Pagal tą pačią taisyklę buvo sudaryta lentelė 7×2. Tos lentelės apatinė eilutė yra | 96 | 64 |. Kam lygi šios lentelės viršutinės eilutės skaičių suma?

10	3
13	7
20	6
26	14

A 8 **B** 10 **C** 12 **D** 20 **E** 24

B29. Bet kurio Šleivijos gyventojo kairės kojos dydis vienu arba dviem vienetais didesnis už dešiniosios. Nepaisant to, Šleivijoje batai yra parduodami to paties dydžio poromis. Keletas draugų nusipirko kažkiek porų batų. Iš tų batų kiekvienas draugas išsirinko po sau tinkamus du batus. Tada paaiškėjo, kad liko vienas 36 dydžio batas ir vienas 45 dydžio batas. Koks galėjo būti mažiausias tų draugų skaičius?

A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8 **E** 9

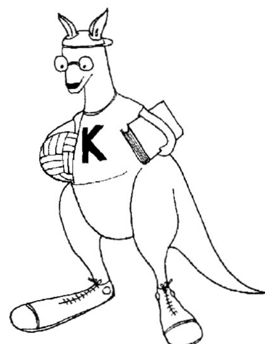
B30. Lentelės langeliai spalvinami spalvomis a, b, c ir d taip, kad jokie du gretimi langeliai nebūtų nuspalvinti ta pačia spalva (gretimais laikome langelius, turinčius bent vieną bendrą viršūnę). Kai kurie langeliai jau nuspalvinti, kaip parodyta.

a	b		c	d
				(užtušuotas)

Kokia spalva gali būti nuspalvintas užtušuotasis langelis?

A Tik a **B** Tik b **C** Tik c **D** Tik d **E** Yra dvi tokios spalvos

KADETAS (VII ir VIII klasės)



KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

K1. Kuris iš šių skaičių yra lyginis?

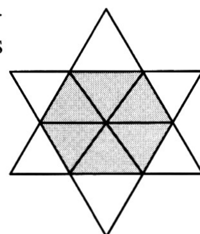
A 2009 **B** $2+0+0+9$ **C** $200-9$ **D** 200×9 **E** $200+9$

K2. Vakarėlyje dalyvavo 4 mergaitės ir 4 berniukai. Berniukai šoko tik su mergaitėmis, o mergaitės — tik su berniukais. Po to kiekvienas pasakė, kelis šokius jis šoko. Berniukų atsakymai buvo 3, 1, 2 ir 2, o trijų mergaičių — 2, 2 ir 2. Kiek šokių šoko ketvirtoji mergaitė?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

K3. Paveikslėlyje pavaizduota žvaigždė sudėta iš 12 vienodų mažų lygiakraščių trikampių. Žvaigždės perimetras yra 36 cm. Kam lygus užtušuoto šešiakampio perimetras?

A 6 cm **B** 12 cm **C** 18 cm **D** 24 cm **E** 30 cm

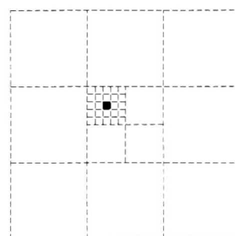


K4. Stasys nešioja laikraščius Savanorių prospekte ir turi pristatyti juos į visus nelyginius to prospekto namus pradedant 15-tu ir baigiant 53-iu. Į kelis namus turės užeiti Stasys?

A 19 **B** 20 **C** 27 **D** 38 **E** 53

K5. Didžiojo kvadrato plotas lygus 1. Kam lygus užtušuoto kvadratėlio plotas?

A $\frac{1}{100}$ **B** $\frac{1}{300}$ **C** $\frac{1}{600}$ **D** $\frac{1}{900}$ **E** $\frac{1}{1000}$



K6. Keturių skirtingų natūraliųjų skaičių sandauga yra 100. Kam lygi jų suma?

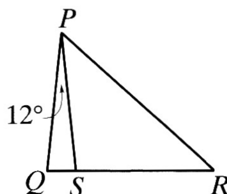
A 10 **B** 12 **C** 15 **D** 18 **E** 20

K7. Kambaryje žaidžia katės ir šunys. Katės letenėlių turi dukart daugiau negu šunys turi nosių. Kačių kambaryje yra

A dukart daugiau kaip šunų **B** tiek pat kaip šunų **C** perpus tiek, kiek šunų
D keturiskart mažiau nei šunų **E** keturiskart daugiau nei šunų

K8. Paveikslėlyje taškas S yra toks atkarpos QR taškas, kad $\angle QPS = 12^\circ$, o $PQ = PS = RS$. Kam lygus $\angle QPR$?

A 36° **B** 42° **C** 54° **D** 60° **E** 84°



K9. Liftas gali kelti arba 12 suaugusių, arba 20 vaikų. Kiek vaikų gali kelti liftas kartu su 9 suaugusiais?

A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 8

K10. Češyro Katinas išnyko 6:15, ir laikrodis, anksčiau ėjęs teisingai, pamišo ir ėmė tuo pačiu greičiu eiti atgal. Češyro Katinas vėl pasirodė 19:30. Kokį laiką tuo momentu rodė pamišęs laikrodis?

A 17:00 **B** 17:45 **C** 18:30 **D** 19:00 **E** 19:15

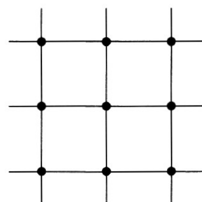
KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

K11. Kiek yra natūraliųjų skaičių, kurių kvadratai turi tiek pat skaitmenų, kaip ir jų kubai?

A 0 **B** 3 **C** 4 **D** 9 **E** Be galo daug

K12. Kiek mažiausiai „storų“ taškų užtenka pašalinti iš pavaizduotos figūros, kad jokie 3 iš likusių nebebūtų vienoje tiesėje?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 7

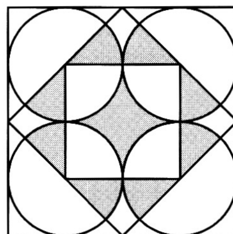


K13. Vakare Mykolas nustatė visus šešis dviejų trikampių — bukojo ir smailiojo — kampų dydžius, bet rytą prisiminė tik keturis, kurie buvo 120°, 80°, 55° ir 10°. Kiek laipsnių turi mažiausias smailiojo trikampio kampas?

A 5 **B** 10 **C** 45 **D** 55 **E** Nustatyti neįmanoma

K14. Kuri didžiojo kvadrato dalis yra užtušuota?

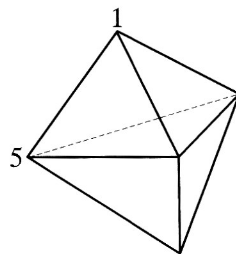
A $\frac{1}{4}$ **B** $\frac{\pi}{12}$ **C** $\frac{\pi+2}{16}$ **D** $\frac{\pi}{4}$ **E** $\frac{1}{3}$



K15. Tiesakalbių (visada sakančių tiesą) ir melagių (visada meluojančių) saloje eilute stovi 25 žmonės. Pirmasis pasakė, kad visi už jo stovintys yra melagiai. Kiekvienas kitas pasakė, kad prieš pat jį stovi melagis. Kiek melagių yra eilutėje?

A 0 **B** 12 **C** 13 **D** 24 **E** Nustatyti neįmanoma

K16. Paveikslėlyje pavaizduotas briaunainis, sudarytas iš 6 trikampių. Prie kiekvienos jo viršūnės parašyta po skaičių ir apskaičiuotos kiekvienos sienos viršūnių skaičių sumos. Visos gautos sumos yra lygios, o du iš parašytų skaičių yra 1 ir 5, kaip parodyta paveikslėlyje. Kam lygi visų penkių viršūnėse parašytų skaičių suma?



A 9 **B** 12 **C** 17 **D** 18 **E** 24

K17. Lygybėje

$$\frac{E \cdot I \cdot G \cdot H \cdot T}{F \cdot O \cdot U \cdot R} = T \cdot W \cdot O$$

skirtingos raidės žymi skirtingus, o vienodos raidės – vienodus skaitmenis. Kiek skirtingų reikšmių gali įgyti sandauga $T \cdot H \cdot R \cdot E \cdot E$?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

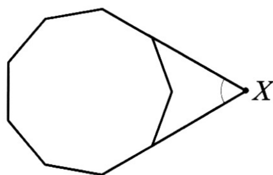
K18. Lentelės langeliai spalvinami spalvomis a, b, c ir d taip, kad jokie du gretimi langeliai nebūtų nuspalvinti ta pačia spalva (gretimais laikome langelius, turinčius bent vieną bendrą viršūnę). Kai kurie langeliai jau nuspalvinti, kaip parodyta. Kokia spalva gali būti nuspalvintas užtušuotasis langelis?

a	b			
c	d			
		b		
b				

A Tik a arba b **B** Tik c **C** Tik d

D Tik c arba d **E** Bet kuria iš a, b, c ir d

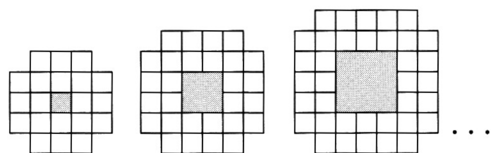
K19. Paveikslėlyje pavaizduotas taisyklingasis devynkampis, kurio dvi pratęstos kraštinės kertasi taške X.



Kam lygus kampas X?

A 40° **B** 45° **C** 50° **D** 55° **E** 60°

K20. Paveikslėlyje pavaizduotos trys pirmosios figūros iš „tvarkingai" didėjančių figūrų sekos.



Iš kelių baltų kvadratėlių bus sudėta dešimtoji figūra?

A 76 **B** 80 **C** 84 **D** 92 **E** 100

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

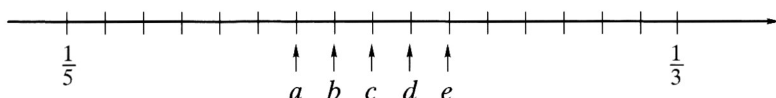
K21. Apie natūralųjį skaičių M pasakyti keturi teiginiai:
M dalijasi iš 5; M dalijasi iš 11; M dalijasi iš 55; M mažesnis už 10.
Paaiškėjo, kad du iš šių teiginių yra teisingi, o kiti du — klaidingi. Tada M yra

A 0 **B** 5 **C** 10 **D** $11 \cdot 55$ **E** 55

K22. Dešimtženklis skaičius užrašomas vien skaitmenimis 1, 2 ir 3, o bet kurie du gretimi skaitmenys skiriasi lygiai vienetu. Kiek yra tokių dešimtženklių skaičių?

A 16 **B** 32 **C** 64 **D** 80 **E** 100

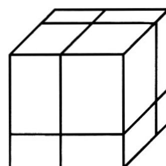
K23. Skaičių tiesėje pažymėti skaičiai $\frac{1}{5}$ ir $\frac{1}{3}$.



Kuri raidė atitinka skaičių $\frac{1}{4}$?

A *a* **B** *b* **C** *c* **D** *d* **E** *e*

K24. Trimis pjūviais kubas padalytas į 8 stačiakampius gretasienius. Koks yra visų 8 gautųjų gretasienių paviršių plotų sumos santykis su kubo paviršiaus plotu?



A 1:1 **B** 4:3 **C** 3:2 **D** 2:1 **E** 4:1

K25. Iš eilės surašyti visi skaičiaus M dalikliai, išskyrus 1 ir patį M. Pats didžiausias iš šių daliklių yra 45 kartus didesnis už patį mažiausią daliklį. Kiek yra tokių natūraliųjų skaičių M?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** Daugiau negu 2, bet baigtinis skaičius **E** Be galo daug

K26. Kvadratas padalytas į 2009 kvadratus, kurių kraštinių ilgiai yra sveikieji skaičiai. Koks yra mažiausias galimas pradinio kvadrato kraštinės ilgis?

A 44 **B** 45 **C** 46 **D** 503
E Jokio kvadrato negalima padalyti į 2009 tokius kvadratus

K27. Keturkampio $PQRS$ kraštinės $PQ = 2006$, $QR = 2008$, $RS = 2007$ ir $SP = 2009$. Kurie tokio keturkampio vidaus kampai yra būtinai mažesni už 180°?

A P, Q, R **B** Q, R, S **C** P, Q, S **D** P, R, S **E** P, Q, R, S

K28. Uždedant 6 cm × 6 cm kvadratą ant trikampio galima uždengti daugiausiai 60% to trikampio, o uždedant trikampį ant to kvadrato galima uždengti daugiausiai $\frac{2}{3}$ kvadrato. Kam lygus trikampio plotas?

A $22\frac{4}{5}$ cm^2 **B** 24 cm^2 **C** 36 cm^2 **D** 40 cm^2 **E** 60 cm^2

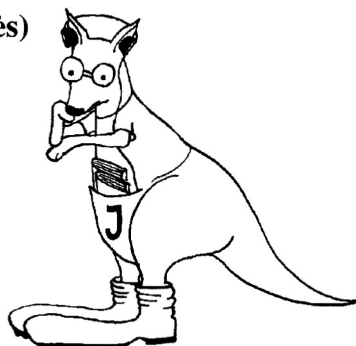
K29. Penktadienis surašė į eilę kelis skirtingus natūraliuosius skaičius, ne didesnius už 10. Robinzonas Kruzas nusistebėjo, kad kiekvienoje gretimų skaičių poroje vienas iš skaičių dalijasi iš kito. Kiek daugiausiai skaičių galėjo būti toje eilėje?

A 6 **B** 7 **C** 8 **D** 9 **E** 10

K30. Trikampio ABC kampas B yra 20°, o kampas C yra 40°. Iš viršūnės A išvestos pusiaukampinės ilgis lygus 2. Raskite $BC - AB$.

A 1 **B** 1,5 **C** 2 **D** 4 **E** Rasti neįmanoma

JUNIORAS (IX ir X klasės)

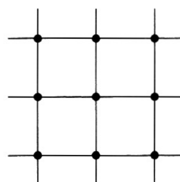


KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

J1. Kuris iš šių skaičių dalijasi iš 3?

A 2009 **B** $2+0+0+9$ **C** $(2+0)\cdot(0+9)$ **D** 2^9 **E** $200-9$

J2. Kiek mažiausiai „storų" taškų užtenka pašalinti iš pavaizduotos figūros, kad jokie 3 iš likusių nebebūtų vienoje tiesėje?



A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 7

J3. Masinėse lenktynėse dalyvavo 2009 vaikai. Jonuko aplenktų vaikų buvo trigubai daugiau negu jį aplenkusių vaikų. Kelintas buvo Jonukas tose lenktynėse?

A 503 **B** 501 **C** 500 **D** 1503 **E** 1507

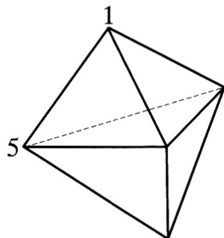
J4. Kiek yra $\frac{1}{2}$ nuo $\frac{2}{3}$ nuo $\frac{3}{4}$ nuo $\frac{4}{5}$ nuo $\frac{5}{6}$ nuo $\frac{6}{7}$ nuo $\frac{7}{8}$ nuo $\frac{8}{9}$ nuo $\frac{9}{10}$ nuo 1000?

A 250 **B** 200 **C** 100 **D** 50 **E** Nė vienas iš nurodytų skaičių

J5. Skaičių 2009 užrašius 2009 kartus iš eilės buvo gauta ilga skaitmenų seka. Kam lygi tos sekos nelyginių skaitmenų, po kurių eina lyginis skaitmuo, suma?

A 2 **B** 9 **C** 4018 **D** 18072 **E** 18081

J6. Paveikslėlyje pavaizduotas briaunainis, sudarytas iš 6 trikampių. Prie kiekvienos jo viršūnės parašyta po skaičių ir apskaičiuotos kiekvienos sienos viršūnių skaičių sumos. Visos gautos sumos yra lygios, o du iš parašytų skaičių yra 1 ir 5, kaip parodyta paveikslėlyje.



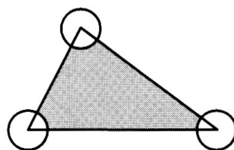
Kam lygi visų penkių viršūnėse parašytų skaičių suma?

A 9 **B** 12 **C** 17 **D** 18 **E** 24

J7. Kiek yra natūraliųjų skaičių, kurių kvadratai turi tiek pat skaitmenų, kaip ir jų kubai?

A 0 **B** 3 **C** 4 **D** 9 **E** Be galo daug

J8. Brėžinyje pavaizduoto trikampio plotas yra $80\,\mathrm{m}^2$, o kiekvieno skritulio su centru to trikampio viršūnėje spindulys yra 2 m. Kiek kvadratinių metrų sudaro užtušuotos figūros plotas?

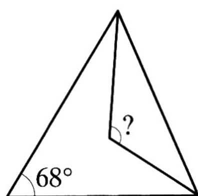


A 76 **B** $80 - 2\pi$ **C** $40 - 4\pi$ **D** $80 - \pi$ **E** 78π

J9. Leonas parašė skaičių seką, kurios kiekvienas skaičius, pradedant trečiuoju, yra lygus dviejų prieš jį esančių skaičių sumai. Ketvirtas tos sekos skaičius yra 6, o šeštas tos sekos skaičius yra 15. Koks yra septintas tos sekos skaičius?

A 9 **B** 16 **C** 21 **D** 22 **E** 24

J10. Vienas iš trikampio kampų yra lygus 68°. Nubrėžtos kitų dviejų trikampio kampų pusiaukampinės.



Koks yra brėžinyje klaustuku pažymėto kampo dydis?

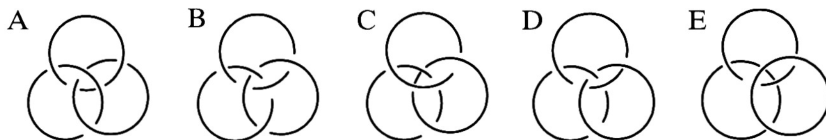
A 120° **B** 124° **C** 128° **D** 132° **E** 136°

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

J11. Marytė atliko keturis testus. Už kiekvieną testą buvo galima gauti 0, 1, 2, 3, 4 arba 5 balus. Jos surinktų balų vidurkis buvo 4. Tada Marytė tikrai negalėjo gauti

A visus keturiskart po 4 balus
B lygiai dukart po 3 balus
C lygiai triskart po 3 balus
D lygiai vieną kartą 1 balą
E lygiai dukart po 4 balus

J12. Boromėjų žiedai turi stebinančią savybę: jų negalima atskirti neperkirpus kurio nors iš jų, o perkirpus ir pašalinus bet kurį iš jų, likę du žiedai visada atsiskiria. Kuriame iš šių paveikslėlių yra pavaizduoti Boromėjų žiedai?



A A **B** B **C** C **D** D **E** E

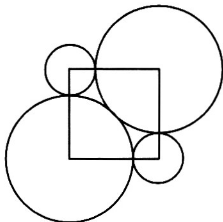
J13. Tiesakalbių (visada sakančių tiesą) ir melagių (visada meluojančių) saloje eilute stovi 25 žmonės. Pirmasis pasakė, kad visi už jo stovintys yra melagiai. Kiekvienas kitas pasakė, kad prieš pat jį stovi melagis. Kiek melagių yra eilutėje?

A 0 **B** 12 **C** 13 **D** 24 **E** Nustatyti neįmanoma

J14. Jei $a \square b = ab + a + b$ ir $3 \square 5 = 2 \square x$, tai x lygus:

A 3 **B** 6 **C** 7 **D** 10 **E** 12

J15. Kvadrato viršūnės yra 2 vienodų mažesnių ir 2 vienodų didesnių apskritimų centrai. Abu didesnieji apskritimai liečia vienas kitą ir abu mažesniuosius apskritimus.



Kam lygus didesniojo ir mažesniojo apskritimų spindulių ilgių santykis?

A $\frac{2}{9}$ **B** $\sqrt{5}$ **C** $1+\sqrt{2}$ **D** 2,5 **E** $0{,}8\pi$

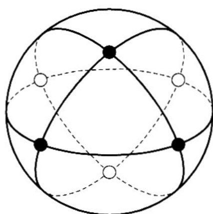
J16. Skaičiai $\sqrt{n}$ ir 10 skiriasi mažiau nei vienetu. Kiek yra tokių natūraliųjų n?

A 19 **B** 20 **C** 39 **D** 40 **E** 41

J17. Penktadienis surašė į eilę kelis skirtingus natūraliuosius skaičius, ne didesnius už 10. Robinzonas Kruzas nusistebėjo, kad kiekvienoje gretimų skaičių poroje vienas iš skaičių dalijasi iš kito. Kiek daugiausiai skaičių galėjo būti toje eilėje?

A 6 **B** 7 **C** 8 **D** 9 **E** 10

J18. Sviedinio paviršiuje išdažyti trys vienodi apskritimai, kurie jį dalija į aštuonias vienodas dalis.



Ant apskritimų susikirtimo taško nutūpė boružė ir ropoja tik nudažytu keliu. Nuropojusi apskritimo ketvirtadalį, ji apskritimų susikirtimo taške pasuka dešinėn, tada nuropojusi ketvirtadalį apskritimo pasuka kairėn, ir t. t. — suka tai į dešinę, tai į kairę. Kiek apskritimų ketvirtadalių taip ropodama nuropos boružė, kol vėl paklius ten, iš kur išropojusi?

A 6 **B** 9 **C** 12 **D** 15 **E** 18

J19. Kiek nulių reikia įrašyti vietoje $*$, kad dešimtainė trupmena $1,*1$ būtų mažesnė už $\frac{2009}{2008}$, bet didesnė už $\frac{20009}{20008}$?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

J20. Jei $a = 2^{35}$, $b = 8^8$ ir $c = 3^{11}$, tai

A $a < b < c$ **B** $b < a < c$ **C** $c < b < a$ **D** $c < a < b$ **E** $b < c < a$

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

J21. Dešimtženklis skaičius užrašomas vien skaitmenimis 1, 2 ir 3, o bet kurie du gretimi skaitmenys skiriasi lygiai vienetu. Kiek yra tokių dešimtženklių skaičių?

A 16 **B** 32 **C** 64 **D** 80 **E** 100

J22. Kengūrėlė turi 2009 vienetinius kubelius $1 \times 1 \times 1$, iš kurių ji sudėjo stačiakampį gretasienį. Kengūrėlė dar turi ir 2009 lipdukus 1×1, kuriais ji ištisai aplipdė visas stačiakampio gretasienio sienas. Keli lipdukai liko kengūrėlei?

A Daugiau kaip 1000 **B** 763 **C** 476 **D** 49 **E** 0

J23. Robertas nori sudėti šaškes į 4×4 lentelės langelius taip, kad visose lentelės eilutėse ir visuose stulpeliuose šaškių skaičius būtų skirtingas. Į vieną langelį galima dėti kelias šaškes arba jų visai nedėti. Kiek mažiausiai šaškių prireiks Robertui?

A 13 **B** 14 **C** 15 **D** 16 **E** 20

J24. Keletas obuolių, kriaušių, persikų ir apelsinų sudėta į eilę. Kad ir kokią vaisių rūšį imtume, galime rasti tos rūšies vaisių, greta kurio būtų bet kurios kitos pasirinktos rūšies vaisius. Kiek mažiausiai vaisių gali būti tokioje eilėje?

A 4 **B** 5 **C** 8 **D** 11 **E** 12

J25. Su kokiu mažiausiu natūraliuoju n skaičius

$$(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot (4^2 - 1) \cdot \ldots \cdot (n^2 - 1)$$

yra tikslus kvadratas?

A 6 **B** 8 **C** 16 **D** 27 **E** Kitas skaičius

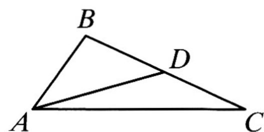
J26. Iš eilės surašyti visi skaičiaus M dalikliai, išskyrus 1 ir patį M. Pats didžiausias iš šių daliklių yra 45 kartus didesnis už patį mažiausią daliklį. Kiek yra tokių natūraliųjų skaičių M?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** Daugiau negu 2, bet baigtinis skaičius **E** Be galo daug

J27. Kengūra tupi koordinačių pradžioje. Vienu šuoliu ji gali nušokti per vienetinį atstumą horizontaliai arba per vienetinį atstumą vertikaliai. Kiek yra tokių plokštumos taškų, kuriuose kengūra gali atsidurti po savo dešimtojo šuolio?

A 121 **B** 100 **C** 400 **D** 441 **E** Kitas atsakymas

J28. AD yra trikampio ABC pusiaukraštinė, $\angle ACB = 30°$, $\angle ADB = 45°$.



Kam lygus kampas BAD?

A 45° **B** 30° **C** 25° **D** 20° **E** 15°

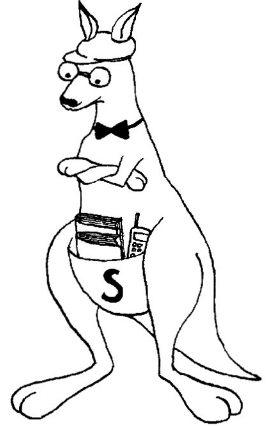
J29. Kiek mažiausiai skaičių būtina pašalinti iš aibės $\{1, 2, 3, ..., 16\}$, kad bet kurių dviejų likusių skaičių suma nebūtų tikslus kvadratas?

A 10 **B** 9 **C** 8 **D** 7 **E** 6

J30. Pirminį skaičių vadinsime *keistoku*, jeigu jis arba yra vienaženklis, arba jis yra daugiaženklis, bet abu skaičiai, gaunami nubraukus jo pirmą arba paskutinį skaitmenis, yra *keistoki* skaičiai. Kiek yra *keistokų* skaičių?

A 6 **B** 7 **C** 8 **D** 9 **E** 11

SENJORAS (XI ir XII klasės)



KLAUSIMAI PO 3 TAŠKUS

S1. Akvariume plaukioja 200 žuvyčių. 1% jų yra mėlynos, o likusios — geltonos. Kiek geltonų žuvyčių reikia ištraukti iš akvariumo, kad mėlynos žuvytės sudarytų 2% akvariumo žuvyčių?

A 2 **B** 4 **C** 20 **D** 50 **E** 100

S2. Kuris iš šių skaičių didžiausias?

A $\sqrt{2}-\sqrt{1}$ **B** $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ **C** $\sqrt{4}-\sqrt{3}$ **D** $\sqrt{5}-\sqrt{4}$ **E** $\sqrt{6}-\sqrt{5}$

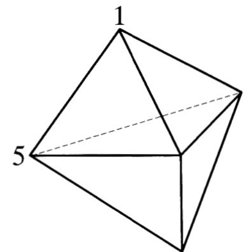
S3. Kiek yra skirtingų teigiamų sveikųjų skaičių n, su kuriais skaičius n^2+n yra pirminis?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** Baigtinis skaičius, didesnis už 2 **E** Be galo daug

S4. Marytė, Birutė ir Onutė kavinėje kiekviena užsisakė tris stiklines sulčių, dvi porcijas ledų ir penkias bandeles. Suma, įrašyta jų gautoje bendroje sąskaitoje, galėjo būti

A 30,20 Lt **B** 29,20 Lt **C** 28,20 Lt **D** 27,20 Lt **E** 26,20 Lt

S5. Paveikslėlyje pavaizduotas briaunainis, sudarytas iš 6 trikampių. Prie kiekvienos jo viršūnės parašyta po skaičių ir apskaičiuotos kiekvienos sienos viršūnių skaičių sumos. Visos gautos sumos yra lygios, o du iš parašytų skaičių yra 1 ir 5, kaip parodyta paveikslėlyje. Kam lygi visų penkių viršūnėse parašytų skaičių suma?



A 9 **B** 12 **C** 17 **D** 18 **E** 24

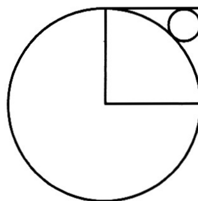
S6. Vieno apskritimo spindulys lygus 13, o kito apskritimo spindulys lygus 15. Tie apskritimai kertasi taškuose P ir Q. Atkarpos PQ ilgis yra 24. Kuris iš šių skaičių gali būti atstumas tarp apskritimų centrų?

A 13 **B** 9 **C** 5 **D** 4 **E** Joks iš nurodytų

S7. Dėžėje guli 2 baltos, 3 raudonos ir 4 mėlynos kojinės. Deodatas žino, kad prakiurusių yra trečdalis kojinių, bet nežino, kokių jos spalvų. Kiek mažiausiai kojinių tamsoje reikia ištraukti Deodatui iš dėžės, kad būtų visiškai tikras, jog turės dvi vienos spalvos neprakiurusias kojines?

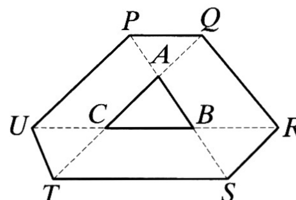
A 2 **B** 3 **C** 6 **D** 7 **E** 8

S8. Paveikslėlyje pavaizduoto kvadrato kraštinė lygi 1. Kam lygus mažesniojo apskritimo spindulys?



A $\sqrt{2}-1$ **B** $\frac{1}{4}$ **C** $\frac{\sqrt{2}}{4}$ **D** $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ **E** $(1-\sqrt{2})^2$

S9. Trikampio ABC kraštinės yra pratęstos į abi puses iki taškų P, Q, R, S, T ir U taip, kad $PA = AB = BS$, $TC = CA = AQ$ ir $UC = CB = BR$. Kam lygus šešiakampio $PQRSTU$ plotas, jei trikampio ABC plotas lygus 1?



A 9 **B** 10 **C** 12 **D** 13 **E** 15

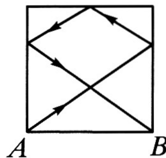
S10. Lentelės langeliai spalvinami spalvomis a, b, c ir d taip, kad jokie du gretimi langeliai nebūtų nuspalvinti ta pačia spalva (gretimais laikome langelius, turinčius bent vieną bendrą viršūnę). Kai kurie langeliai jau nuspalvinti, kaip parodyta. Kokia spalva gali būti nuspalvintas užtušuotasis langelis?

a	*b*			
c	*d*			
		b		
b				

A Tik a arba b **B** Tik c **C** Tik d **D** Tik c arba d
E Bet kuria iš a, b, c, d

KLAUSIMAI PO 4 TAŠKUS

S11. Kvadratinio biliardo stalo kraštas lygus 2 m. Iš kampo A rieda rutulys. Atsimušęs į tris stalo kraštus, kaip parodyta, jis patenka į stalo kampą B. Kiek metrų nuriedėjo rutulys? (Dešiniajame paveikslėlyje primenama, kad rutulio atšokimo kampas lygus kritimo kampui.)



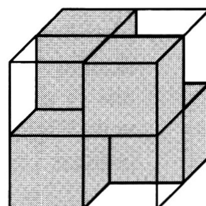


A 7 **B** $2\sqrt{13}$ **C** 8 **D** $4\sqrt{3}$ **E** $2(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

S12. 2009 kengūros, kurių kiekviena yra arba šviesi, arba tamsi, varžosi ūgiu. Paaiškėjo, kad lygiai 1 šviesi kengūra yra aukštesnė už lygiai 8 tamsias kengūras, lygiai 1 šviesi kengūra yra aukštesnė už lygiai 9 tamsias kengūras, lygiai 1 šviesi kengūra yra aukštesnė už lygiai 10 tamsių kengūrų, ir t. t., pagaliau lygiai 1 šviesi kengūra yra aukštesnė už visas tamsias kengūras. Kiek iš viso yra šviesių kengūrų?

A 1000 **B** 1001 **C** 1002 **D** 1003 **E** Tokia situacija neįmanoma

S13. Kubas $2\times2\times2$ yra sudarytas iš keturių baltų permatomų kubelių $1\times1\times1$ ir iš keturių juodų nepermatomų kubelių $1\times1\times1$ (žr. paveikslėlį). Jie sudėlioti taip, kad visas kubas $2\times2\times2$ būtų nepermatomas, t. y. kad per jį nebūtų galima matyti nei žiūrint iš priekio, nei iš viršaus, nei iš šono. Kiek mažiausiai juodų kubelių prireiks konstruojant nepermatomą kubą $3\times3\times3$?



A 6 **B** 9 **C** 10 **D** 12 **E** 18

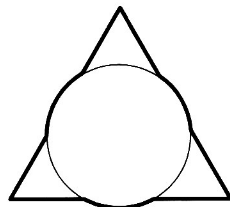
S14. Tiesakalbių (visada sakančių tiesą) ir melagių (visada meluojančių) saloje eilute stovi 25 žmonės. Pirmasis pasakė, kad visi už jo stovintys yra melagiai. Kiekvienas kitas pasakė, kad prieš pat jį stovi melagis. Kiek melagių yra eilutėje?

A 0 **B** 12 **C** 13 **D** 24 **E** Nustatyti neįmanoma

S15. Koks yra skaičiaus $1^2 - 2^2 + ... - 2008^2 + 2009^2$ paskutinis skaitmuo?

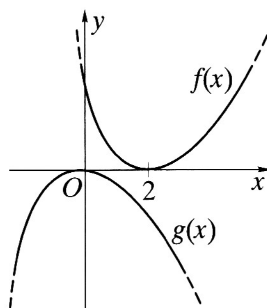
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

S16. Lygiakraščio trikampio kraštinė lygi 3, o skritulio spindulys lygus 1. Trikampio ir skritulio centrai sutampa, ir susidaro storesne linija apvesta figūra. Kam lygus tos figūros perimetras?



A $3 + 2\pi$ **B** $6 + \pi$ **C** $9 + \frac{\pi}{3}$ **D** 3π **E** $9 + \pi$

S17. Paveikslėlyje pavaizduoti funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ grafikai. Kaip susijusios funkcijos $f(x)$ ir $g(x)$?



A $g(x) = f(x + 2)$

B $g(x - 2) = -f(x)$

C $g(x) = -f(-x + 2)$

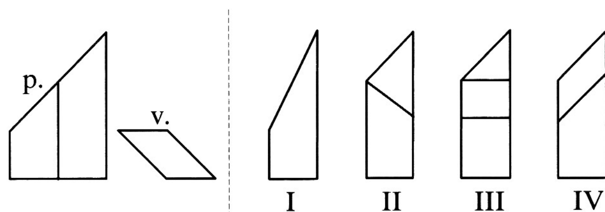
D $g(-x) = -f(-x - 2)$

E $g(2 - x) = f(-x)$

S18. Kiekvienam iš 100 matematikos olimpiados dalyvių teko spręsti keturis uždavinius. Pirmą uždavinį išsprendė 90 dalyvių, antrą — 85 dalyviai, trečią — 80 dalyvių, o ketvirtą — 70 dalyvių. Kiek mažiausiai galėjo būti olimpiados dalyvių, išsprendusių visus keturis uždavinius?

A 10 **B** 15 **C** 20 **D** 25 **E** 30

S19. Paveikslėlyje tas pats geometrinis kūnas pavaizduotas iš priekio (p.) ir iš viršaus (v.). Kuri iš figūrų I, II, III, IV vaizduoja šį geometrinį kūną iš kairės?



A I **B** II **C** III **D** IV **E** Nė viena

S20. Į kvadratinės lentelės 3 × 3 kiekvieną langelį buvo įrašyta po vieną skaičių taip, kad kiekvienos eilutės, kiekvieno stulpelio ir kiekvienos iš dviejų didžiųjų įstrižainių skaičių sumos būtų lygios. Paveikslėlyje parodyti du iš įrašytųjų skaičių. Koks skaičius buvo įrašytas į užtušuotą langelį?

(užtušuotas)		
		47
	63	

A 16 **B** 51 **C** 54 **D** 55 **E** 110

KLAUSIMAI PO 5 TAŠKUS

S21. Du bėgikai A ir B kartu pradėjo bėgti aplink stadioną pastoviais greičiais. A bėga greičiau už B ir pilną ratą apibėga per 3 minutes. Pirmą kartą A pasivijo B po 8 minučių. Per kiek laiko B apibėga pilną ratą?

A 6 min **B** 8 min **C** 4 min 30 s **D** 4 min 48 s **E** 4 min 20 s

S22. Nagrinėkime visus aštuonženklius skaičius, kurių visi skaitmenys yra skirtingi ir nelygūs nuliui. Šių skaičių kiekį pažymėkime m. Kiek iš šių aštuonženklių skaičių dalijasi iš 9?

A $\frac{m}{8}$ **B** $\frac{m}{3}$ **C** $\frac{m}{9}$ **D** $\frac{8m}{9}$ **E** $\frac{7m}{8}$

S23. Dešimtženklis skaičius užrašomas vien skaitmenimis 1, 2 ir 3, o bet kurie du gretimi skaitmenys skiriasi lygiai vienetu. Kiek yra tokių dešimtženklių skaičių?

A 16 **B** 32 **C** 64 **D** 80 **E** 100

S24. Kiek yra sveikųjų skaičių n, turinčių tokią savybę: egzistuoja iškilasis n-kampis, kurio kampai, paimti tam tikra tvarka, sutinka kaip $1 : 2 : \ldots : n$?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 5 **E** Daugiau nei 5

S25. Olimpiadoje dalyvavo 55 mokiniai. Vertinimo komisija uždavinių sprendimus vertino arba „+“, jei uždavinys išspręstas teisingai, arba „–“, jei uždavinys išspręstas klaidingai, arba „0“, jei uždavinys nespręstas. Baigus tikrinti paaiškėjo, kad jokie du moksleiviai nesurinko po vienodai „+“ ir „–“. Kiek mažiausiai uždavinių galėjo būti duota spręsti olimpiadoje?

A 6 **B** 9 **C** 10 **D** 11 **E** 12

S26. Stačiakampio $JKLM$ kampo KJM pusiaukampinės ir įstrižainės KM susikirtimo tašką pažymėkime N. Taško N atstumai iki kraštinių LM ir KL yra atitinkamai lygūs 1 ir 8. Kam lygus atkarpos LM ilgis?

J K N M L

A $8 + 2\sqrt{2}$ **B** $11 - \sqrt{2}$ **C** 10 **D** $8 + 3\sqrt{2}$ **E** $11 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

S27. Kiek reikšmių gali įgyti k, jei $k = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 6

S28. Skaičius 1, 2, 3, ..., 99 reikia suskirstyti į n grupių (grupė — tai ne mažiau kaip 2 skaičiai), kad būtų išpildyta sąlyga:
jei du skaičiai priklauso tai pačiai grupei, tai jų suma nesidalija iš 3.
Koks yra mažiausias n, kada taip suskirstyti įmanoma?

A 3 **B** 9 **C** 33 **D** 34 **E** 66

S29. Penktadienis surašė į eilę kelis skirtingus natūraliuosius skaičius, ne didesnius už 10. Robinzonas Kruzas nusistebėjo, kad kiekvienoje gretimų skaičių poroje vienas iš skaičių dalijasi iš kito. Kiek daugiausiai skaičių galėjo būti toje eilėje?

A 6 **B** 7 **C** 8 **D** 9 **E** 10

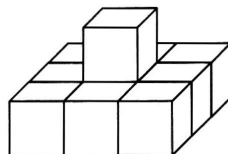
S30. Natūraliųjų skaičių seka $\{a_n\}$ yra apibrėžta lygybėmis $a_0 = 1$, $a_1 = 2$ ir $a_{n+2} = a_n + (a_{n+1})^2$, kai $n \geqslant 0$. Skaičiaus a_{2009} dalybos iš 7 liekana yra:

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 5 **E** 6

SPRENDIMAI

NYKŠTUKAS (I ir II klasės)

N1. Ⓓ 10



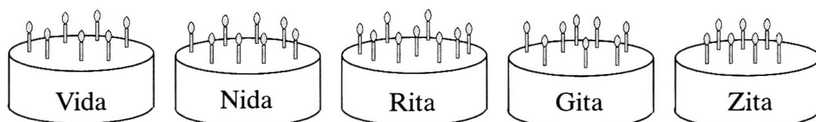
Matome devynias kaladėles. Bet jeigu pagrindo centre kaladėlės nebūtų, tai viršutinė įkristų (jos nesuklijuotos ir kitaip nesutvirtintos — sąlygoje pasakyta, kad statinys *pastatytas* iš kubelių).
Teisingas atsakymas **D**.

N2. Ⓑ 11

Reikia tik teisingai sudėti skaitmenis: $2+0+0+9=11$.
Teisingas atsakymas **B**.

N3. Ⓒ Rita

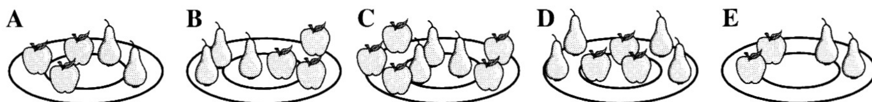
Ant Ritos torto 9 žvakutės, ant kitų tortų žvakučių mažiau. Vadinasi, Ritai 9 metai, o kitos draugės jaunesnės.



Teisingas atsakymas **C**.

N4. Ⓓ

Lėkštėje **A** yra 3 obuoliai ir 2 kriaušės — obuolių daugiau. Lėkštėje **B** yra 3 obuoliai ir 3 kriaušės — po lygiai obuolių ir kriaušių. Lėkštėje **C** yra 5 obuoliai ir 3 kriaušės — obuolių daugiau. Lėkštėje **D** 3 obuoliai ir 4 kriaušės — obuolių mažiau. Lėkštėje **E** 2 obuoliai ir 2 kriaušės — obuolių ir kriaušių po lygiai. Vadinasi, obuolių mažiau tik lėkštėje **D**.



Teisingas atsakymas **D**.

N5. Ⓔ 8

5	
20	17

Kadangi keturių skaičių suma 50, o trys iš jų žinomi, tai ketvirtas skaičius lygus $50-5-20-17=8$.
Teisingas atsakymas **E**.

Galima skaičiuoti ir kitaip. Pirmo stulpelio skaičių suma 25, ir tai sudaro pusę sumos. Vadinasi, ir kitame stulpelyje skaičių suma lygi pusei sumos, t. y. 25. Kadangi dviejų skaičių suma 25, o vienas jų 17, tai kitas 8.

N6. Ⓐ 28

! Povilas turi $12 + 4 = 16$ mašinėlių. Abu jie turi $12 + 16 = 28$ mašinėles.
Teisingas atsakymas **A**.

N7. Ⓒ 39

! Kadangi tėčio bilietas kainavo 12 Lt, o vaikų — po 9 Lt, tai tėtis sumokėjo $12 + 3 \cdot 9 = 39$ litus.
Teisingas atsakymas **C**.

N8. Ⓓ 27

! Kadangi $21 - 7 = 14$, tai gėlyte užklijuota 14. Vadinasi, po lipduku yra skaičius $2 \cdot 14 - 1 = 27$.
Teisingas atsakymas **D**.

N9. Ⓓ Ketvirtadienį

! Per savaitę Agnė išgėrė 7 tabletes (taigi pirmadienį ji gers 8-tą tabletę). Per 8 savaites Agnė išgers $8 \cdot 7 = 56$ tabletes, pirmadienį ji gers 57-tą, antradienį — 58-tą, trečiadienį — 59-tą, ketvirtadienį — 60-tą tabletę.
Teisingas atsakymas **D**.

N10. Ⓑ 54

! Kadangi dviejose dėžutėse buvo 18 kreidelių, tai vienoje buvo $18 : 2 = 9$. Vadinasi, mama nupirko $6 \cdot 9 = 54$ kreideles.
Teisingas atsakymas **B**.

N11. Ⓑ 3 cm

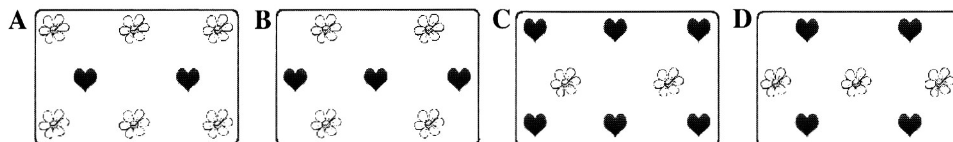
? Niekas nekliudo tarti, kad Tomo ūgis 110 cm. Tada Petro ūgis $110 - 2 = 108$ cm. Povilo ūgis $110 - 5 = 105$ cm. Vadinasi, Petras aukštesnis už Povilą $108 - 105 = 3$ centimetrais.
Renkamės atsakymą **B**.

! Galima spręsti ir taip. Sakykime, kad Povilo ūgis P, tada Tomo ūgis $P + 5$ (cm). Petras 2 cm žemesnis už Tomą, todėl jo ūgis $P + 5 - 2 = P + 3$ (cm). Vadinasi, Petras aukštesnis už Povilą $P + 5 - P = 5$ centimetrais.
Žinoma, galima spręsti ir mintinai.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Beje, berniukų ūgio nustatyti neįmanoma. Todėl, jei uždavinyje būtų klausiama, pavyzdžiui, koks Tomo ūgis, tai teisingas ir būtų atsakymas **E** — nustatyti neįmanoma.

N12. Ⓒ

! Ievos piešinėlyje 6 gėlytės, taigi tai piešinėlis **A**. Onos piešinėlyje 4 širdutės, taigi tai **D**. Ilona nupiešė 3 kartus mažiau gėlyčių už Ievą, t. y. $6 : 3 = 2$ gėlytes. Atrodytų, kad jau galima sakyti, kad Ilonos piešinėlis **C** — jame 2 gėlytės. Ir vis dėlto tai per anksti: o gal iš sąlygos išeis, kad širdučių ne 6?



Tęskime. Ilona nupiešė 2 širdutėmis daugiau nei Ona — vadinasi, $4 + 2 = 6$ širdutes. Toks kaip tik paveikslėlis **C** — 2 gėlytės ir 6 širdutės.
Teisingas atsakymas **C**.

N13. Ⓔ 4

! Suskaičiuokime, kiek yra kapucinų: $19 - 4 - 3 = 12$. Vadinasi, 3 voljerus užima 12 kapucinų, taigi kiekviename iš voljerų yra $12 : 3 = 4$ kapucinai.
Teisingas atsakymas **E**.

N14. Ⓓ 34

! Jonukas už tėtį jaunesnis $26 - 4 = 22$ metais ir šitas skaičius nekinta: visada bus taip. Kai Jonukas taps 3 kartus vyresnis nei dabar, jam bus $3 \cdot 4 = 12$ metų. Todėl tėčiui bus $12 + 22 = 34$ metai.
Teisingas atsakymas **D**.

N15. Ⓐ 10

! Kai močiutė iškepė dar 11 pyragėlių su varške, pyragėlių iš viso pasidarė $31 + 11 = 42$. Kadangi pyragėlių su varške ir su uogiene pasidarė po lygiai, tai jų pasidarė po $42 : 2 = 21$. Bet iš pradžių pyragėlių su varške buvo 11 mažiau, t. y. $21 - 11 = 10$ pyragėlių.
Teisingas atsakymas **A**.

N16. Ⓓ 3 Lt

! Jei Rima pirktų dar 2 rašiklius, tai jai reikėtų mokėti $4 + 2 = 6$ litus. Taigi vienas rašiklis kainuoja $6 : 2 = 3$ litus.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Atkreipkite dėmesį, kad nuoroda sąlygoje, jog Rima nusipirko 2 vienodus rašiklius, nieko neduoda — svarbu tik, kiek jai liko pinigų.

N17. Ⓒ Paulius

? Tarkime, kad Marius turi 100 ženklų, Paulius — 90 ženklų, Adomas — 80 ženklų. Kadangi Tomas turi mažiau ženklų nei Adomas, tai jis turėtų mažiausiai. Todėl sakykime, kad Adomas turi 95 ženklus. Kadangi Tomas turi ženklų mažiau už jį, bet ne mažiausiai, tai jis gali turėti, pavyzdžiui, 93 ženklus. Dabar visos uždavinio sąlygos išpildytos, ir mažiausiai ženklų (90) turi Paulius.
O gal paėmus kitą pavyzdį gautume kitą atsakymą? Tuo abejoti neverta — Kengūros konkurso taisyklės užtikrina, kad gali būti tik vienas teisingas atsakymas.
Renkamės atsakymą **C**.

! O gal uždavinyje apsirikta, ir atsakymas gali būti ir kitas? Užtat įdomiau (ir protingiau) jį spręsti be konkrečių pavyzdžių.
Klausiama, kas iš berniukų turi mažiausiai ženklų. Kas gi pasakyta sąlygoje? „Mažiausiai ženklų turi ne Tomas" — vadinasi, tai ne Tomas. „Marius turi ženklų daugiau negu Paulius" — vadinasi, Marius nėra paskutinis. „Tomas turi ženklų mažiau negu Adomas" — vadinasi, ne Adomas turi jų mažiausiai. Bet tada neišbrauktas liko tik Paulius, taigi jis ir turi mažiausiai ženklų.
Teisingas atsakymas **C**.

N18. Ⓔ 17

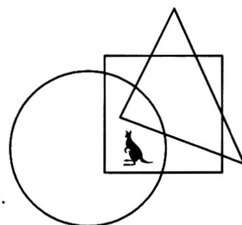
! Mama per 5 minutes suvalo 7 baravykus, todėl per $40 : 5 = 8$ kartus ilgesnį laiką ji suvalė 8 kartus daugiau, t. y. $8 \cdot 7 = 56$ baravykus. Kadangi iš tų 56 baravykų tėtis 39 baravykus rado per pirmą valandą, tai per antrą valandą jis rado $56 - 39 = 17$ baravykų (mažiau nei per pirmą valandą — matyt, pavargo).
Teisingas atsakymas **E**.

MAŽYLIS (III ir IV klasės)

M1. Ⓒ 2009

Reikia tik teisingai sudėti: 18 šimtų plius 2 šimtai — turi 20 šimtų, arba 2 tūkstančiai, o $2000+9 =$ $= 2009$.
Teisingas atsakymas **C**.

M2. Ⓑ Skritulyje ir kvadrate, bet ne trikampyje



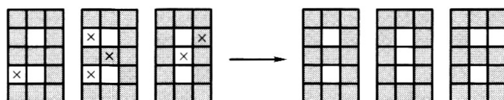
Kengūrėlė yra skritulio ir kvadrato viduje, bet trikampio išorėje. Tinka atsakymas **B**. Kiti atsakymai netinka — įsitikinkite patys.
Teisingas atsakymas **B**.

M3. Ⓔ 6

Kadangi visi broliukai turi tą pačią sesutę, tai vaikų šeimoje yra $5 + 1 = 6$.
Teisingas atsakymas **E**.

M4. Ⓑ 6

Kad iš devyneto gautume aštuonetą, užtenka perspalvinti 1 kvadratėlį (kvadratėliai, kuriuos reikia perspalvinti, pažymėti paveikslėlyje $\times$). Iš trejeto nulį gauname perspalvinę 3 kvadratėlius. Iš nulio padarome šešetą, perspalvinę 2 kvadratėlius. Vadinasi, iš viso reikia perspalvinti $1 + 3 + 2 = 6$ kvadratėlius.



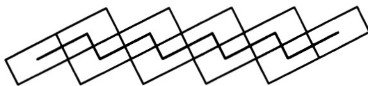
Teisingas atsakymas **B**.

Sąlygą suprantame taip, kad iš 9 reikia padaryti 8, iš 3 — nulį, iš nulio — 6, o skaičių (ir langelių) judinti negalima. Galima pajuokauti ir pasakyti, kad užtenka perspalvinti 2 kvadratėlius: devynetą apsukame žemyn galva ir statome už 6, o iš 3 gauname 8 — tam užtenka perspalvinti 2 langelius.

M5. Ⓑ 6

Karolis suvalgė 8 mandarinus, Ieva — 2 mandarinus. Vadinasi, Danai liko $16-8-2 = 6$ mandarinai.
Teisingas atsakymas **B**.

M6. Ⓒ 46 dm



Ilgesnioji nubrėžtos laužtės grandis lygi plytos ilgiui (6 dm), nes ją sudaro dvi atkarpos po pusę ilgio. Trumpesnioji grandis lygi plytos pločiui (4 dm). Kadangi nubrėžtą laužtę sudaro 5 ilgosios ir 4 trumposios grandys, tai laužtės ilgis yra $6 \cdot 5 + 4 \cdot 4 = 46$ dm.
Teisingas atsakymas **C**.

M7. Ⓓ 3

Sofiko metė kauliuką 4 kartus. Jei ji būtų išmetusi visus 4 kartus po 6 akutes, tai būtų $4 \cdot 6 = 24$ akutės. Kadangi ji turi viena akute mažiau, tai vieną kartą jai atvirto 5 akutės. Likusius tris kartus jai atvirto 6 akutės.
Teisingas atsakymas **D**.

M8. Ⓓ 18:53

Filmas turėjo baigtis 17:10+0:90 = 17:100 = 18:40. Bet dar $8+5 = 13$ minučių užėmė pertraukos, taigi filmas baigėsi 18:40 + 0:13 = 18:53.
Teisingas atsakymas **D**.

M9. Ⓐ 6

! Iš pradžių būrelyje buvo 6 berniukais daugiau. Kiekvieną savaitę berniukų ir mergaičių skaičių skirtumas sumažėdavo $3-2=1$. Vadinasi, mergaičių ir berniukų skaičius išsilygino po 6 savaičių. Teisingas atsakymas **A**.

M10. Ⓓ 40



! Kadangi Petras atlaužė visą eilę broliukui, tai stačiakampės šokolado plytelės viena kraštinė buvo lygi 5. Kai jis laužė kitą eilę sesutei, ta eilė jau buvo sumažėjusi vienu broliuko gabaliuku, vadinasi, kita stačiakampio kraštinė buvo $7+1=8$ gabaliukai. Todėl iš viso šokolado plytelėje buvo $5\cdot 8=40$ gabaliukai. Teisingas atsakymas **D**.

M11. Ⓑ 87 kg

! Dvi baltos kiaulės svertų $139-35=104$ kg. Todėl viena balta kiaulė sveria $104:2=52$ kg. Vadinasi, degloji kiaulė sveria $52+35=87$ kg.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Dar geriau iš karto kalbėti apie degląsias kiaules. Dvi deglosios kiaulės svertų $139+35=174$ kg, todėl viena degloji sveria 87 kg.

M12. Ⓔ 2

! Pirmos eilutės skaičių suma 10, antros — 22, trečios — 10. Vadinasi, turės pasikeisti bent po skaičių kiekvienoje eilutėje — tam prireiks sukeisti skaičius mažiausiai 2 kartus. Todėl, jeigu mums pavyks nurodyti, kaip 2 ėjimais tai galima padaryti, toks ir bus atsakymas — 2 ėjimai.
Iš pradžių, pavyzdžiui, padarykime antros eilutės sumą dalią iš 3 — tam užtenka sumažinti ją vienetu. Taigi sukeičiame 8 ir 7. Gavome vidurinę lentelę:

4	5	1
8	10	4
7	1	2

→

4	5	1
7	10	4
8	1	2

→

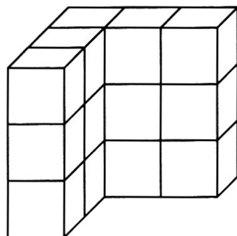
4	1	1
7	10	4
8	5	2

Būtų gerai nebejudinti antros eilutės, o pirmos eilutės skaičių sumą 10 sumažinti vienetu — bet nematyti, kaip tai padaryti. Bet gerai išeina, jeigu pirmos eilutės sumą sumažinsime 4 — gauta suma 6 taip pat dalijasi iš 3. O tam užtenka sukeisti 5 ir 1. Tada pirmoje eilutėje $4+1+1=6$, o trečioje $8+5+2=15$, ir abi sumos dalijasi iš 3.
Teisingas atsakymas **E**.

M13. Ⓑ 6 cm

! Vienos stačiakampio kraštinės ilgis 8 cm, kitos $8:2=4$ cm, todėl stačiakampio perimetras lygus $(8+4)\cdot 2=24$ cm. Kvadrato perimetras taip pat lygus 24 cm, o jo kraštinė keturis kartus trumpesnė: $24:4=6$ cm.
Teisingas atsakymas **B**.

M14. Ⓓ 15



! Matome 13 kaladėlių. Bet po kampine yra dar dvi kaladėlės, kitaip ji nukristų. Vadinasi, statinyje yra 15 kaladėlių.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Galima skaičiuoti ir „sluoksniais“. Viršutiniame sluoksnyje matome 5 kaladėles. Bet tiek pat jų ir kituose dviejuose sluoksniuose — po penkias. Taigi iš viso statinyje yra $5\cdot 3=15$ kaladėlių.

M15. Ⓑ 2

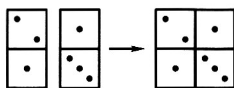
! Pagalvokime, kiek riešutų galėjo turėti Ugnė.

- Jei ji turėtų 3 riešutus ar daugiau, tai Dagnė turėtų ne mažiau kaip 4 riešutus, ir jau dviese jos turėtų ne mažiau kaip 7 riešutus.
- Negali ji turėti 1 riešuto — tada Agnė neturėtų riešutų iš viso.
- Vadinasi, Ugnė gali turėti tik 2 riešutus.

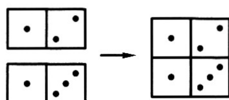
Vis dėlto reikia įsitikinti, kad tada viskas išeina gerai.
Iš tikrųjų, jei Ugnė turi 2 riešutus, tai Agnė, turėdama mažiau, turi 1 riešutą. Abi jos kartu turi $2 + 1 = 3$ riešutus. Vadinasi, Dagnė rado $7 - 3 = 4$ riešutus, o tai atitinka sąlygą ($4 > 2$).
Teisingas atsakymas **B**.

M16. Ⓔ

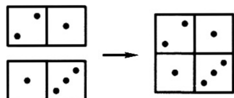
? Suglaudę sąlygoje pavaizduotus abu kauliukus, gauname figūrą **A**. Sudėti **B** jau sunkiau: pirmą kauliuką apsukame žemyn galva ir glaudžiame prie antro:



C sudedame taip: kiekvieną kauliuką pasukame apie jo (kaip stačiakampio) centrą prieš laikrodžio rodyklę iki horizontalios padėties (sakoma — 90° kampu) ir pirmą iš viršaus pridedame prie antro:

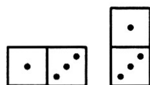


D sudedame taip: pirmą dabar pasukame pagal laikrodžio rodyklę, antrą — kaip ir anksčiau prieš, ir pirmą vėl iš viršaus pridedame prie antro:



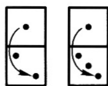
O štai **E** sudėti nepavyksta — tai du taškai eina ne ta kryptimi, tai trys.
Renkamės atsakymą **E**.

! Kad nepavyko sudėti figūros **E** — dar nieko nereiškia: gal mes ką nors pražiopsojome. Todėl reikia išnagrinėti, kur figūroje **E** galėtų atsidurti kauliukai. Ieškokime antrojo kauliuko: jis gali būti apačioje arba dešinėje:



Bet matome, kad antras variantas netinka: čia trys taškai į viršų kyla iš kairės į dešinę, o duotajame kauliuke — į viršų iš dešinės į kairę. Bet štai pirmas variantas tinka: taip pridėtą jį jau turėjome dėdami figūras **C** ir **D**. Todėl figūroje **E** pirmas kauliukas — tai du viršutiniai kvadratėliai. Bet dabar ne taip eina du taškai: jie eina į viršų iš dešinės į kairę, o figūroje **D** buvo atvirkščiai. Taigi figūros **E** sudėti neįmanoma.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Matėme, kad skirti tikrąjį kauliuką nuo jo veidrodinio atvaizdžio sunku. Čia labai padeda toks faktas: duotuosiuose kauliukuose apie stačiakampio centrą nuo vieno taško prie dviejų (ar trijų) einama prieš laikrodžio rodyklę:



ir ši tvarka sukiojant kauliuką niekad nesikeičia priešinga ir nepasidaro (kaip kad „radome" figūroje **E**) „pagal laikrodžio rodyklę":



M17. Ⓑ 90

! Kadangi viščiukų kojų skaičius toks pat kaip ir karvių kojų skaičius, tai viščiukų yra dvigubai daugiau, t. y. 60. Vadinasi, iš viso gyvų padarų („galvų") yra $30 + 60 = 90$.
Teisingas atsakymas **B**.

M18. Ⓐ 6

! Kadangi į abu galus Onai susidaro $27 + 13 = 40$ namų, tai iš viso gatvėje yra 41 namas. Kelintas gi yra vidurinis? Tuoj pat išsivedame taisyklę: jeigu yra 3 namai, tai vidurinio numerį gauname taip: $(3 + 1) : 2 = 2$. Taigi Petras gyvena 21-ame name (iš tikrųjų, į vieną pusę namai nuo 1 iki 20 — jų dvidešimt; į kitą pusę namai nuo 22 iki 41 — atėmus iš 22 ir 41 po 21 sumetame, kad jų tiek pat kiek ir skaičių nuo 1 iki 20, t. y. 20). Nuo vieno galo skaičiuojant, Ona gyvena 14-ame name, o Petras — 21-ame. Tarp jų namų nuo 15-to iki 20-to tiek pat, kiek skaičių nuo $15 - 14$ iki $20 - 14$, t. y. nuo 1 iki 6. Taigi Oną ir Petrą skiria 6 namai.
Teisingas atsakymas **A**.

M19. Ⓓ 12∗9∗8

! Remdamiesi sąlyga, užrašykime lygybes:
A) $8 + * + 6 = 1 + * + 1$,
B) $7 + 7 + 7 = * + 2 + *$,
C) $4 + 4 + 4 = * + 1 + 1$,
D) $1 + * + * = 2 + 9 + 8$,
E) $1 + 1 + 2 = 8 + * + *$.
Kadangi vietoj žvaigždytės gali stovėti skaitmenys nuo 0 iki 9, tai lygybėje **A**) dešinė pusė nepasieks 14, lygybėje **B**) — nepasieks 21, lygybėje **C**) — nepasieks 12. Lygybėje **E**) kairė pusė per maža. Taigi liko **D**) — kadangi dešinė pusė lygi 19, tai kairėje abi žvaigždutės — tai devynetai. Vadinasi, kodui tikti galėtų tik pavyzdys **D**.
Teisingas atsakymas **D**.

M20. Ⓑ 24

! Pažymėkime a_6 nuotraukų skaičių 2006 metais, a_7 — 2007 metais, a_8 — 2008 metais, a_9 — 2009 metais. Kadangi kasmet nuotraukų skaičius lygus dviejų paskutinių metų nuotraukų sumai, tai

$$a_9 = a_8 + a_7, \qquad a_8 = a_7 + a_6.$$

Iš pirmos lygybės $a_7 = a_9 - a_8 = 96 - 60 = 36$. Tada iš antros lygybės $a_6 = a_8 - a_7 = 60 - 36 = 24$.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Galima uždavinį spręsti ir žodžiu. Kadangi 2009-tais metais nuotraukų yra 96, o 2008-tais 60, tai 2007 jų buvo $96 - 60 = 36$. Kadangi 2008-tais nuotraukų buvo 60, o 2007-tais 36, tai 2006 metais jų buvo $60 - 36 = 24$.

M21. Ⓓ 4

! Sužymėkime gėles spalvų pirmosiomis raidėmis — r, m, g, b. Maja pradeda nuo r ir turi aplankyti visas gėles. Iš r ji gali pasirinkti 1) m, 2) g, 3) b.
1) Jei ji skrido rm, tai dabar negali skristi į g, nes skrydis gb „uždraustas“. Vadinasi, ji skrenda į b, o tada į g. Turime maršrutą rmbg.
2) Jei ji skrido rg, tai dabar gali skristi tik į m, ir maršrutas aiškus — rgmb.
3) Jei Maja skrido rb, tai dabar gali pasirinkti tiek m, tiek g. Gauname maršrutus rbmg ir rbgm.
Iš viso turime 4 maršrutus.
Teisingas atsakymas **D**.

M22. Ⓐ 17:00
Žr. Kadeto 10 uždavinio sprendimą.

M23. Ⓔ

! Galima būtų išnagrinėti visas figūras ir nupiešti atitinkamus simbolius, sudarytus iš širdelių. Bet įdomiau to nedaryti.

Pasižiūrėkime, ką gauname tris kartus pasukę į kairę: .

Po to turime dukart sukti į dešinę: .

Pagaliau kvadratą brėžti pradėjome sukdami į dešinę: .

Matome, kad tai figūra **E**, kurią pradėjome braižyti nuo apatinio galo (įdomu, kad pradėti braižyti nuo viršutinio galo neišeina: jau pirmas posūkis būtų į kairę). Kadangi jokia kita iš figūrų **A**, **B**, **C**, **D** ir sukiojama nepavirs į **E**, tai nubraižyti Silvija galėjo tik **E**.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Pradedant braižyti figūrą **E** iš apačios, pirmas posūkis buvo į dešinę. Pradedant ją braižyti nuo viršaus, (paskutinis) posūkis tame taške bus į kairę. Tai bendra taisyklė, ir mes nesąmoningai ją „taikome“ kasdien: jei važiuodami į svečius sankryžoje sukame į kairę, tai grįždami namo joje sukame į dešinę.

M24. Ⓐ 5

? Nesunku sugalvoti pavyzdį, kaip gali likti 36 ir 45 dydžių po vieną batą. Pirmas apsiavęs 36 ir 38 batus, antras 38 ir 40, trečias 40 ir 42, ketvirtas 42 ir 44, penktas 44 ir 45. Liko 38 dydžio (kairysis) ir 45 dydžio (dešinysis) batas.
Renkamės atsakymą **A**.

! Liko įrodyti, kad keturių draugų neužtenka. Tarkime priešingai, kad radome 4 draugų tinkamą grupę. Apsiavusį 36 dydžio dešinį batą vadinkime pirmuoju, jo kairio bato numerį žymėkime a ($a = 37$ arba $a = 38$). Kadangi a dydžio bato neliko, tai yra draugas, apsiavęs a dydžio dešinį batą. Jo bato dydį pažymėkime b ($b \leqslant a + 2 \leqslant 40$).
Ketvirtuoju vadinkime tą, kuris apsiavęs 45 numerio kairįjį batą, dešiniojo jo bato numerį pažymėkime c ($c = 43$ arba $c = 44$). Kadangi turi nelikti nei bato b, nei bato c, tai juos turėtų būti apsiavęs likęs grupės trečiasis. Bet tada jo batų dydžiai skirtųsi per daug: $c - b \geqslant 43 - 40 = 3$. Prieštara, todėl keturių draugų grupės neužtenka.
Teisingas atsakymas **A**.

!! O kas atsitiktų, jeigu sąlygoje būtų pasakyta, kad liko 36 dešinysis ir 45 kairysis batai? Pagalvokite. Beje, samprotauti reikia atsargiai — šiaip jau grupėje (žinoma, ne mažiausioje) gali būti ir 3 avintys 36 ir a numerio batus (grįžkite prie įrodymo — ten žodžiai „apsiavusį 36 dešinį batą“ reiškia, kad pirmuoju pavadiname bet kurį — jeigu jų keli — tokį draugą).
Taip pat grupėje galėtų būti ir toks ketvertukas: avintys 36 ir 37, 37 ir 38 bei 36 ir 38, 36 ir 38 batus.Atkreipkite dėmesį, kad visa tai nekliudo mūsų įrodymui.

BIČIULIS (V ir VI klasės)

B1. Ⓓ 200×9
Žr. Kadeto 1 uždavinio sprendimą.

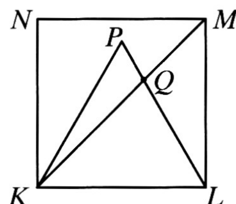
B2. Ⓑ Skritulyje ir kvadrate, bet ne trikampyje
Žr. Mažylio 2 uždavinio sprendimą.

B3. Ⓑ 18
Skaičiai turi būti ne mažesni už 3 ir ne didesni už 20, t. y. skaičiai $3, 4, 5, \ldots, 19, 20$. Skaičių nuo 3 iki 20 yra tiek pat, kiek ir nuo 1 iki 18, t. y. 18.
Teisingas atsakymas **B**.

B4. Ⓒ 3
Pirmas ir paskutinis, antras ir priešpaskutinis ir t. t. skaitmenys palindrome turi būti vienodi. Koks gi gali būti pirmas ir paskutinis skaitmuo? Jų turi būti bent du (palindromų iš vieno skaitmens nenagrinėsime — tai visi skaitmenys), vadinasi, tai arba 1, arba 2, arba 3.
Jeigu pirmas 1, tai kad paskutinis būtų 1, tenka nutrinti 4: **12**3**2**33**1**. Jeigu antrą porą (antras ir priešpaskutinis) darome iš skaitmenų 2, tai gale prieš 1 teks nutrinti 33: 12321. Jeigu antrą porą darome iš trejetų, **1**2**3**23**31**, tai teks nutrinti priekinį dvejetą: **13**23**31**. Dabar užtenka nutrinti arba 2, arba 3, ir gauname palindromus 13231 ir 13331. Visuose juose 5 skaitmenys, taigi nutrinti 3 skaitmenys.
Jeigu pirmas 2, tai kad paskutinis būtų 2, t. y. 1**2**3**2**3314, teks iš priekio nutrinti 1, o gale 3314, — nebeįdomu.
Jeigu pirmas 3, t. y. 12**3**23**3**14, tai tektų iš priekio ir iš galo nutrinti po 2 skaitmenis. Vadinasi, mažiausiai reikia nutrinti 3 skaitmenis. Tada galima gauti palindromus 12321, 13231, 13331.
Teisingas atsakymas **C**.

B5. Ⓐ Baltoje
Kadangi obuolio nėra nei baltoje, nei žalioje dėžutėje, tai obuolys — raudonoje dėžutėje. Tada šokoladui atitenka baltoji dėžutė (žalia dėžutė lieka tuščia).
Teisingas atsakymas **A**.

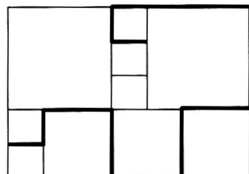
B6. Ⓑ 105°



Lygiakraščio trikampio KPL kampas P lygus 60°. Nesunku rasti ir trikampio PKQ kampą PKQ: $\angle PKQ = \angle PKL - \angle QKL = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$. Todėl ΔPKQ trečiasis kampas PQK lygus $180^\circ - 60^\circ - 15^\circ = 105^\circ$. Tiek pat laipsnių turi ir $\angle MQL$, nes jie kryžminiai.
Teisingas atsakymas **B**.

B7. Ⓓ 240 m
Virš krantų yra $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ tilto. Kita pusė tilto yra virš upės, taigi ta pusė yra 120 m. Vadinasi, viso tilto ilgis dukart didesnis, $120 \cdot 2 = 240$ m.
Teisingas atsakymas **D**.

B8. Ⓒ 420 cm



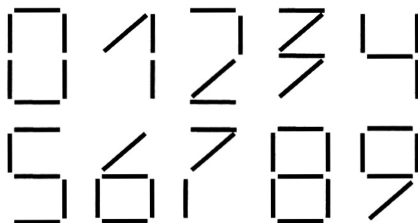
Kairėje apačioje prie vidutinio kvadrato glaudžiasi du mažieji kvadratėliai, taigi jo kraštinės ilgis $2 \cdot 20 = 40$ cm. Prie didžiojo kvadrato glaudžiasi 3 mažieji kvadratai, taigi jo kraštinė $3 \cdot 2 = 60$ cm. Paryškintą liniją sudaro 5 mažosios, 5 vidutinės ir 2 didžiosios kraštinės, t. y. $5 \cdot 20 + 5 \cdot 40 + 2 \cdot 60 = 420$ cm.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Patogu mažąją kraštinę pasižymėti a, tada kitos dvi $2a$ ir $3a$. Pradėkime nuo apatinio laužtės galo ir sumuokime grandžių ilgius: $a + a + 2a + 2a + 2a + 2a + 2a + 3a + (3a + a) + a + a = 21a$. Vadinasi, laužtės ilgis lygus $21a = 21 \cdot 20 = 420$ cm.

B9. Ⓒ Perpus tiek, kiek šunų
Žr. Kadeto 7 uždavinio sprendimą.

B10. Ⓔ 14

! Nuliui sudaryti reikia 6 pagaliukų, vienetui — 3, dvejetui — 4, trejetui — 4, ketvertui — 4, penketui — 5, šešetui — 5, septynetui — 3, aštuonetui — 7, devynetui — 5. Sunkiausias skaitmuo yra 8, todėl sunkiausias dviženklis skaičius yra 88, ir jam sudaryti reikia $2 \cdot 7 = 14$ pagaliukų.
Teisingas atsakymas **E**.



B11. Ⓒ 6

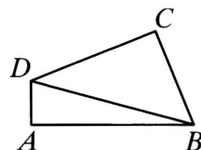
! Surašome visus skaičiaus 78 daliklius — jų aštuoni: 1, 2, 3, 6, 13, 26, 39, 78. Kadangi skaičiai n dvejetu mažesni, tai natūralieji n bus 1, 4, 11, 24, 37, 76. Jų yra 6.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Surašant visus daliklius nesunku ir apsirikti. Čia padeda toks būdas. Patikrinę „mažus“ daliklius, turime $1 \cdot 78 = 2 \cdot 39 = 3 \cdot 26 = 6 \cdot 13$. Rašant tokias lygybes, užtenka tikrinti, ar dalikiliai yra skaičiai, mažesni už $\sqrt{78}$: juk jei kuris daliklis d didesnis už $\sqrt{78}$, tai jo „pora“ $\frac{78}{d}$ (tai taip pat daliklis, nes 78 iš jo dalijasi, $78 : \frac{78}{d} = d$) mažesnė už $\frac{78}{\sqrt{78}} = \sqrt{78}$. Vadinasi, užtenka patikrinti skaičius nuo 1 iki 8, ir iš parašytose lygybėse randame visus 8 daliklius.

!!! Kaip reikėtų spręsti uždavinį, jei daliklių būtų labai daug? Pasirodo, įmanoma jų nė nesurašinėti. Išskaidykime, $78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$. Į skaičiaus 78 kiekvieną daliklį įeina tik daugikliai 2, 3 ir 13. Sudaryti skaičiaus 78 daliklį reiškia atlikti 3 darbus: 1) imti arba neimti daugikliu 2 (dvi galimybės), 2) imti arba neimti daugikliu 3 (dvi galimybės), 3) imti arba neimti daugikliu 13. Pagal sandaugos taisyklę iš viso daliklį galima sudaryti $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ būdais (kai neimame nė vieno iš daugiklių 2, 3, 13, imame daliklį 1, tai mažiausias daliklis; didžiausias daliklis — tai pats skaičius 78, jį gauname imdami į sandaugą ir 2, ir 3, ir 13). Iš 8 daliklių mums tinka tik didesni už 2: atėmę iš daliklio 2, turime gauti natūralųjį skaičių. Iš daliklių sąrašo išmetame 1 (tai tikrai daliklis, taigi jis yra sąraše) ir 2 (tai taip pat daliklis, todėl irgi yra sąraše). Lieka 6 tinkami dalikliai (ir net nesvarbu kokie).

B12. Ⓒ 48

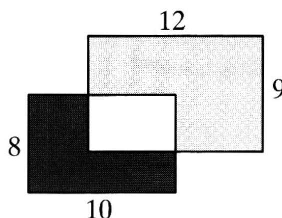
! Kadangi kampai A ir C statūs, tai įstrižainė BD dalija keturkampį į du stačiuosius trikampius BAD ir BCD. Jų plotai yra $BA \cdot AD : 2 = 11 \cdot 3 : 2$ ir $BC \cdot CD : 2 = 7 \cdot 9 : 2$. Keturkampio plotas lygus tų plotų sumai: $33 : 2 + 63 : 2 = 96 : 2 = 48$.
Teisingas atsakymas **C**.



B13. Ⓓ 174

! Iš pradžių berniukų buvo $39 - 23 = 16$ daugiau. Kiekvieną savaitę berniukų ir mergaičių skaičių skirtumas sumažėdavo $8 - 6 = 2$ vaikais. Vadinasi, nuo pradžių iki šiandien praėjo $16 : 2 = 8$ savaitės. Iš pradžių vaikų būrelyje buvo $39 + 23 = 62$. Kas savaitę jų padaugėdavo $6 + 8 = 14$. Todėl šiandien šokėjų yra $62 + 8 \cdot 14 = 174$.
Teisingas atsakymas **D**.

B14. Ⓔ 65



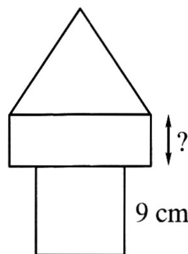
! Baltasis plotas lygus stačiakampio 8×10 ir juodojo ploto skirtumui, t. y. $8 \cdot 10 - 37 = 43$. Todėl pilkasis plotas lygus $9 \cdot 12 - 43 = 65$. Teisingas atsakymas **E**.

B15. Ⓓ Dėžutėje N yra kortelė su numeriu 2

! Kadangi dėžutės M kortelių suma 18, o didžiausios kortelės yra 8 ir 7, tai mažiausia kortelė joje yra 3. Vadinasi, kortelė 1 ir kortelė 2 visada yra dėžėje N, taigi atsakymas **D** visada teisingas. Renkamės atsakymą **D**.

? O gal yra ir kitų visada teisingų atsakymų (t. y. Kengūra apsiriko). Kadangi $1 + 2 + \cdots + 8 = (1 + 8) \cdot 4 = 36$, tai kiekvienos dėžutės kortelių numerių suma lygi 18. Lengviau pradėti nuo dėžutės M — joje tik 3 kortelės. Surašykime, kokios kortelės gali būti dėžutėje M: $8 + 7 + 3$, $8 + 6 + 4$, $7 + 6 + 5$. Tada dėžutėje N gali būti tik likusių kortelių rinkiniai: $1 + 2 + 4 + 5 + 6$, $1+2+3+5+7$, $1+2+3+4+8$. Paskutinis rinkinys rodo, kad nebūtinai teisingi teiginys **A** (nes nėra trijų kortelių su nelyginiais numeriais), teiginys **B** (nes nėra keturių lyginių numerių), teiginys **C** (nes yra kortelė 1), teiginys **E** (nes nėra kortelės 5).
Liko patikrinti teiginį **D** (nors pagal konkurso sąlygas jis teisingas). Iš tikrųjų, jis teisingas, nes kortelė 2 yra visuose sąlygą tenkinančiuose rinkiniuose.
Teisingas atsakymas **D**.

B16. Ⓒ 6 cm



! Kadangi kvadrato kraštinė 9 cm, tai jo perimetras $4 \cdot 9 = 36$ cm. Bet toks ir lygiakraščio trikampio perimetras, taigi jo kraštinė $36 : 3 = 12$ cm. Stačiakampio viena kraštinė 12 cm, perimetras 36 cm, todėl kita kraštinė lygi $(36 - 2 \cdot 12) : 2 = 6$ cm.
Teisingas atsakymas **C**.

B17. Ⓒ 12

? Iš karto matome, kad galima imti kubus, kurių briauna lygi 20, o didesnių kubų — ne.
Renkamės atsakymą **C**.

! Spėjime **?** tyliai sau galvojome, kad briauna turi būti sveika — sąlygoje tai visai nepasakyta (pavyzdžiui, kubą galima užpildyti kubais, kurių briauna lygi $\frac{5}{2}$). Pateikime išsamų sprendimą.
Pažymėkime ieškomojo kubo briauną a. Tada į kiekvieną stačiakampio gretasienio briauną telpa sveikasis kubo briaunų skaičius, t. y. $\frac{40}{a}$ ir $\frac{60}{a}$ — sveiki. Tada ir jų skirtumas $\frac{20}{a}$ sveikas, todėl $\frac{20}{a} \geqslant 1$, t. y. $a \leqslant 20$.
Kita vertus, aišku, kad kuo a didesnis, tuo mažiau kubų telpa į stačiakampį gretasienį (jų skaičius lygus $\frac{40 \cdot 40 \cdot 60}{a^3}$). Vadinasi, $a \leqslant 20$ reikia imti kuo didesnį, t. y. $a = 20$. Ir iš tikrųjų, tada $\frac{40}{20}$ ir $\frac{60}{20}$ sveiki, o į dėžę telpa $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ kubai.
Teisingas atsakymas **C**.

B18. Ⓔ 41

! Nuo sekmadienio iki šeštadienio Pranas perskaito $25 + 6 \cdot 4 = 49$ puslapius. Per 5 savaites jis perskaitys $5 \cdot 49$ puslapius, o liks skaityti $290 - 5 \cdot 49 = 5(58 - 49) = 5 \cdot 9 = 45$ puslapiai. 36-ta diena bus sekmadienis, ir jis perskaitys 25 psl., taigi liks $45 - 25 = 20$ psl. Juos jis perskaitys per $20 : 4 = 5$ dienas — nuo pirmadienio iki penktadienio. Iš viso turime $36 + 5 = 41$ dieną.
Teisingas atsakymas **E**.

Per savaitę nuo sekmadienio iki šeštadienio Pranas perskaito 49 puslapius, todėl per 6 savaites (42 dienas) jis perskaitytų $6 \cdot 49 = 294$ puslapius. 42-oji diena šeštadienis, per ją jis perskaitytų 4 puslapius. Vadinasi, per 41 dieną jis bus perskaitęs $294 - 4 = 290$ puslapius, t. y. visą knygą.

B19. Ⓓ Darius

Užimtų vietų numerius atitinkamai žymėkime raidėmis A, B, C, D. Kadangi $A + B + C + D = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$, o $A + B + D = 6$, tai $C = 4$. Bet $B + C = 6$, todėl $B = 6 - 4 = 2$. Vadinasi, $A + D = 4$, todėl Andrius ir Darius užėmė vienas trečią, kitas pirmą vietą. Bet Andrius — ne pirmas (Bronius pasirodė geriau už Andrių), taigi pirmas — Darius.
Teisingas atsakymas **D**.

B20. Ⓒ 3

Sakykime, kad kvadrato kraštinė 1, o stačiakampio kraštinės m ir n ($m \leqslant n$). Kadangi $m \cdot n = 2009$, tai 2009 reikia išskaidyti: $2009 = 7 \cdot 287 = 7^2 \cdot 41$. Bet $45^2 = 2025$, todėl $2009 = m \cdot n \geqslant m^2$, $m^2 < 2025$, $m < 45$. Jei į m įeina daugiklis 41, tai toks skaičiaus 2009 daliklis tik vienas (kartotiniai per dideli). Jei į m neįeina 45, tai turime daliklius 1, 7, 49, iš kurių paskutinis per didelis. Iš viso radome tris m reikšmes: 1, 7, 41. Tiek stačiakampių ir galėjo gauti Alius.
Teisingas atsakymas **C**.

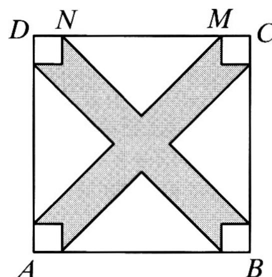
B21. Ⓑ 5
Žr. Kadeto 21 uždavinio sprendimą.

B22. Ⓒ 17
Žr. Kadeto 16 uždavinio sprendimą.

B23. Ⓔ 105

Skaičiuokime, kiek kartų 2 pasikartoja pirmame aukšte. Pirmas skaitmuo 1, taigi dvejetus reikia skaičiuoti tik nuo 01 iki 35. Nuo 01 iki 09 — vienas dvejetas (02), nuo 10 iki 19 — vienas dvejetas (12), nuo 20 iki 29 — vienuolika dvejetų (22 — du dvejetai), nuo 30 iki 35 — vienas dvejetas (32). Vadinasi, pirmame aukšte yra 14 dvejetų. Tiek pat dvejetų yra kiekvieno iš 5 aukštų numerių dešimčių ir vienetų skiltyse — taigi visuose aukštuose — $5 \cdot 14 = 70$ dvejetų. Bet šimtų skiltyje turime dar visus antrojo aukšto numerius — $201, 202, \ldots, 235$ — dar 35 dvejetai. Iš viso yra $70 + 45 = 105$ dvejetai.
Teisingas atsakymas **E**.

B24. Ⓓ 52 cm^2



Mažųjų neužtušuotų kvadratų kraštinė — $MC = (DC - NM) : 2 = (10 - 6) : 2 = 2$ cm. Todėl vieno kvadratėlio plotas 4 cm^2, o visų keturių — $4 \cdot 4 = 16$ cm^2. Sustūmę neužtušuotus trikampius į centrą, gausime kvadratą, kurio kraštinė lygi $NM = 6$ cm. Jo plotas $6^2 = 36$ cm^2, taigi neužtušuotas plotas lygus $16 + 36 = 52$ cm^2.
Teisingas atsakymas **D**.

B25. Ⓒ 6

a	b	a	11
b	a	c	8
b	c	a	8
10	8	9	

Užrašome sąlygą lygtimis. Pirma eilutė duoda $2a + b = 11$, antra $a + b + c = 8$, pirmas stulpelis $a + 2b = 10$, trečias $2a + c = 9$. Sudėję pirmą ir trečią lygtį, gauname $3a + 3b = 21$, $a + b = 7$, todėl iš antros lygties $c = 1$, tada iš ketvirtos $a = 4$, o iš pirmos $b = 3$. Vadinasi, $a + b - c = 4 + 3 - 1 = 6$.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Galima rasti $a + b - c$ ir neieškant atskirų kintamųjų reikšmių, bet sugalvoti tokį būdą sunkiau. Sudėkime dvigubą pirmą ir dvigubą trečią lygtį ir atimkime trigubą antrą lygtį: $4a + 2b + 2a + 4b - 3a - 3b - 3c = 22 + 20 - 24$, $3a + 3b - 3c = 18$, $a + b - c = 6$.

B26. Ⓒ 52

! Jadvyga gavo $8^{18} \cdot 5^{50} = (2^3)^{18} \cdot 5^{50} = 2^{54} \cdot 5^{50} = 2^4 \cdot 2^{50} \cdot 5^{50} = 2^4 \cdot 10^{50} = 16 \cdot 10^{50}$. Šis rezultatas užrašomas skaitmenimis 1, 6 ir 50 nulių — 52 skaitmenys.
Teisingas atsakymas **C**.

B27. Ⓔ 168

! Skaičiuokime taip. Domino komplektą sudaro visi kauliukai (m, n) (trumpiau rašysime mn), kur $0 \leqslant m \leqslant 6$, $m \leqslant n \leqslant 6$.

!! Sudarykime tokią kauliukų lentelę:

00	01	02	03	04	05	06	00
10	11	12	13	14	15	16	11
20	21	22	23	24	25	26	22
...	...	...	...	...	...	...	...
60	61	62	63	64	65	66	66

Joje visi kauliukai, išskyrus „dublius“, yra po 2 kartus — pavyzdžiui 23 yra 3 eilutėje kaip 23 ir ketvirtoje kaip 32. „Dubliai“ į ją įeina po 1 kartą, todėl jei dar prirašysime dublius, tai „išplėstinėje“ lentelėje visi kauliukai yra po 2 kartus. Suskaičiuokime visų šios lentelės kauliukų akučių skaičių. Matome 9 (viengubus) stulpelius, kuriuose yra skaičiai nuo 0 iki 6, taigi visų šių skaičių suma $9 \cdot (0 + 1 + 2 + \cdots + 6) = 9 \cdot 21$. Antrieji kauliukų skaitmenys surašyti į 7 eilutes, kurių kiekvienoje vėl visi skaičiai nuo 0 iki 6, ir jų suma lygi $7 \cdot 21$. Visų lentelės skaičių suma yra $9 \cdot 21 + 7 \cdot 21 = 16 \cdot 21$, o visų domino kauliukų komplekto akučių skaičių suma perpus mažesnė ir lygi $8 \cdot 21 = 168$.
Teisingas atsakymas **E**.

B28. Ⓓ 20

! Sakykime, kad lentelės 7×2 pirmos eilutės skaičiai yra a ir b. Tada antroje eilutėje bus $a + b$ ir $a - b$, trečioje $2a$ ir $2b$, ketvirtoje $2a + 2b$ ir $2a - 2b$, penktoje $4a$ ir $4b$, šeštoje $4a + 4b$ ir $4a - 4b$, septintoje $8a$ ir $8b$. Vadinasi, $8a = 96$, $8b = 64$, todėl $a = 12$, $b = 8$. Taigi pirmos eilutės skaičių suma yra $12 + 8 = 20$.
Teisingas atsakymas **D**.

B29. Ⓐ 5

Žr. Mažylio 24 uždavinio sprendimą.

B30. Ⓐ Tik a

! Įsiveskime įprastinį lentelės langelių žymėjimą: pirmas skaitmuo žymės jo eilutės numerį (skaičiuojant iš viršaus į apačią), o antras skaitmuo — stulpelio numerį (žinoma, skaičiuojant iš kairės į dešinę). Pavyzdžiui, pradinėje padėtyje raidė c stovi langelyje 14, o užtušuotas langelis 45. Paprasčiausia uždavinį spręsti taip. Langelyje 13 galėtų stovėti a arba d. Išbandykime iš pradžių a. Tada langelyje 23 būtinai stovi d (nes jo kaimynai ir a, ir b, ir c). Dabar antra eilutė nuspalvinama

vienareikšmiškai (22 bus *c*, 24 bus *b*, ir t. t.). Gauname 1 pav.

a	*b*	*a*	*c*	*d*
d	*c*	*d*	*b*	*a*

1 pav.

a	*b*	*a*	*c*	*d*
d	*c*	*d*	*b*	*a*
a	*b*	*a*	*c*	*d*
d	*c*	*d*	*b*	***a***

2 pav.

a	*b*	*d*	*c*	*d*
d	*c*	*a*	*b*	*a*
a	*b*	*d*	*c*	*d*
d	*c*	*a*	*b*	***a***

3 pav.

Lygiai taip pat spalvinamos trečia ir ketvirta eilutės (pavyzdžiui, pradedame nuo 33 ir jame rašome *a*). Gauname 2 pav. Jame užtušuotasis langelis 45 nuspalvintas spalva *a*.
Dabar išbandome antrąją galimybę — langelyje 13 stovi *d*. Vėl nuosekliai pildome lentelę ir gauname 3 pav., kur langelis 45 vėl *a*. Vadinasi, jis gali būti nuspalvintas tik spalva *a*.
Teisingas atsakymas **A**.

!! Sprendime ! nagrinėjome du variantus — iš pradžių pildėme 13 spalva *a*, po to — spalva *d*, ir žiūrėjome, kas išeis. Užpildę pirmą eilutę vienu atveju turėjome 4 pav., kitu 5 pav. Apvertę kniūpsčiai 5 pav. gautume 6 pav. lentelę. Joje pervadinkime raides — pakeiskime *d* į *a*, *c* į *b*, *b* į *c*, *a* į *d*. Gauname 7 pav. Bet juk tai ta pati 4 pav. lentelė, kurią užpildę gavome 2 pav. Užtušuotas langelis čia užpildytas spalva *d*, todėl atkeitus spalvas ir atvertus, 5 paveikslėlyje užtušuotasis langelis bus *a*.

a	*b*	*a*	*c*	*d*

4 pav.

a	*b*	*d*	*c*	*d*

5 pav.

d	*c*	*d*	*b*	*a*

6 pav.

a	*b*	*a*	*c*	*d*

7 pav.

Dažniausiai taip smulkiai neaiškinama, ir apie 2 variantą pasakoma, kad „iš simetrijos sumetimų" užtušuotasis langelis bus taip pat *a* (arba tiesiog — panašiai nuspalvinę lentelę, gausime užtušuotąjį langelį *a*).

!!! Dabar pasistenkime nenagrinėti variantų, o pildyti lentelę tol, kol sugebame pildyti langelius vienareikšmiškai (plg. Kadeto 18 uždavinio sprendimą).
Pradinėje padėtyje (8 pav.) nesunku nustatyti 22 spalvą. Ji galėtų būti *c* arba *d* (*a* ir *b* — kaimynai, tai šios spalvos netinka). Bet *d* čia stovėti negali: tada ir 13, ir 23 būtų *a*. Lygiai taip pat 24 spalva yra *b*: jei ji būtų *a*, tai 13 ir 23 būtų *d*. Dabar langeliai 21 ir 25 užpildomi automatiškai — pirmas *d*, antras *a* (9 pav.). Panašiai samprotaujame ir toliau: 32 negali būti *a*, nes tada 32 ir 33 būtų *b*. Vadinasi, 32 yra *b*, panašiai 34 yra *c*, automatiškai 31 pasidaro *a*, 35 pasidaro *d*. Lygiai taip pat, kaip ir antrą, užpildome ketvirtą eilutę ir turime 10 pav.

a	*b*		*c*	*d*

8 pav.

a	*b*		*c*	*d*
d	*c*		*b*	*a*

9 pav.

a	*b*		*c*	*d*
d	*c*		*b*	*a*
a	*b*		*c*	*d*
d	*c*		*b*	***a***

10 pav.

Atrodytų, atsakymas **A** „tik *a*" gautas, bet tai ne visai taip: o gal baigdami pildyti tuščius langelius susidursime su neįmanomais spalviniais? Bet nesunku įsitikinti, kad tinka trečiasis stulpelis tiek *dada*, tiek ir *adad* (be kita ko, tai reiškia, kad šių langelių nuspalvinti vienareikšmiškai niekada nepavyks). Ir tik dabar galime daryti išvadą, kad teisingas atsakymas **A**.

KADETAS (VII ir VIII klasės)

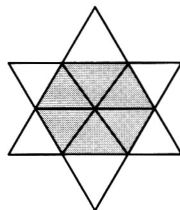
K1. Ⓓ 200×9

! Žinoma, čia tik patikrinama, ar mokinys žino, kas yra lyginis skaičius, o skaitmenys 2, 0, 0, 9 dalyvauja tik „dėl grožio". Skaičiai **A**) 2009, **B**) 11, **C**) 191, **E**) 209 nelyginiai, **D**) 1800 — lyginis. Teisingas atsakymas **D**.

K2. Ⓒ 2

! Iš sąlygos aišku, kad mergaitės šoko tiek pat šokių, kiek ir berniukai. Berniukai šoko $3+1+2+2 = 8$ šokius. Kadangi mergaitės taip pat šoko 8 šokius, tai ketvirtoji mergaitė šoko $8 - 2 - 2 - 2 = 2$ šokius.
Teisingas atsakymas **C**.

K3. Ⓒ 18 cm



! Žvaigždės perimetrą sudaro šešių baltųjų trikampių „baltosios" kraštinės. Jų yra $6 \cdot 2 = 12$, taigi viena mažojo lygiakraščio trikampio kraštinė lygi $36 : 12 = 3$ (cm). Užtušuotojo šešiakampio perimetrą sudaro 6 tokios kraštinės, todėl ieškomasis perimetras lygus $6 \cdot 3 = 18$ (cm).
Teisingas atsakymas **C**.

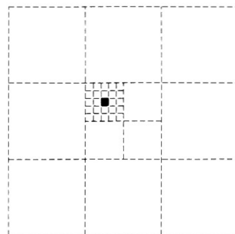
!! Galima skaičiuoti ir trumpiau. Kadangi žvaigždės perimetrą sudaro 12 kraštinių, o šešiakampio — 6 kraštinės, tai šešiakampio perimetras perpus mažesnis už žvaigždės, taigi lygus 18 cm.

K4. Ⓑ 20

? Pirma mintis, kuri ateina į galvą — skaičiuoti taip. Kadangi nelyginis kas antras skaičius, tai atsakymas yra $(53 - 15) : 2 = 19$.
Renkamės atsakymą **A**.
Įsitikinti, kad toks būdas prastas — nesunku. Inkime namus su nelyginiais numeriais nuo 1 iki 3. Aišku, kad jų yra 2. O štai anaip gautume $(3 - 1) : 2 = 1$.

! Kad neapsiriktume, galima ir paprasčiausiai išvardyti visus skaičius ir juos suskaičiuoti. Bet žymiai geriau daryti taip. Nelyginių numerių nuo 15 iki 53 yra tiek pat, kiek ir nuo 1 iki 39 (atėmėme po 14). Nelyginių numerių nuo 1 iki 39 yra tiek pat, kiek ir lyginių nuo 2 iki 40. O lyginių skaičių čia yra tiek pat, kiek ir dvigubai mažesnių skaičių, t. y. nuo 1 iki 20. Štai čia abejonių nebėra — jų 20. Tai labai vertingas būdas, ir jį galima taikyti visada.
Teisingas atsakymas **B**.

K5. Ⓓ $\frac{1}{900}$



! Apskaičiuokime užtušuoto kvadratėlio kraštinę. Didžiojo kvadrato kraštinė lygi 1 ir padalyta į 3 dalis (gavome 9 mažesnius kvadratus). Centrinio iš šių 9 kvadratų kraštinė padalyta į 2 dalis, o pats kvadratas į 4 mažesnius. Vieno iš tų 4 kvadratų kraštinė padalyta į 5 dalis, ir gauti $5 \cdot 5 = 25$ mažieji kvadratėliai (vienas jų užtušuotas). Taigi užtušuoto kvadratėlio kraštinė už pradinio kvadrato kraštinę yra mažesnė $3 \cdot 2 \cdot 5 = 30$ kartų ir lygi $\frac{1}{30}$. Todėl kvadratėlio plotas lygus $\frac{1}{30} \cdot \frac{1}{30} = \frac{1}{900}$.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Galima iš karto skaičiuoti, kiek kartų užtušuoto kvadratėlio plotas mažesnis už pradinio: $9 \cdot 4 \cdot 25 = 900$ kartų. Todėl kvadratėlio plotas lygus $\frac{1}{900}$.

K6. Ⓓ 18

? Peržiūrėkime skaičiaus 100 daliklius: $1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100$. Iš jų greitai pavyksta surinkti ketvertą daliklių, kurių sandauga 100: $1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10 = 100$. Suma $1 + +2 + 5 + 10$ lygi 18.
Renkamės atsakymą **D**.

! O gal yra ir kitų tokių ketvertų? O gal mes dar ir praleidome kokį daliklį?
Parašykime lygybes $1 \cdot 100 = 2 \cdot 50 = 4 \cdot 25 = 5 \cdot 20 = 10 \cdot 10$. Jose pirmas daliklis — ne didesnis už 10, todėl antras — ne mažesnis už 10. „Pamesti" šimto daliklį tarp skaičių nuo 1 iki 10 jau sunku. O ieškoti didesnių už 10 daliklių jau nebereikia — jie atitinka kiekvieną mažesnį už 10. Taigi daliklių nepametėme — 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 55, 100. Didžiausias ketverto skaičius būtinai didesnis už 5 — mažesni už jį dalikliai tik 3, pasirinkimo nėra, bet $1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \neq 100$. Kita vertus, didžiausias to ketverto skaičius mažesnis už 20, nes kitų trijų daliklių sandauga tikrai nemažesnė už $1 \cdot 2 \cdot 4$, o $1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 20 > 100$. Vadinasi, didžiausias ketverto skaičius yra 10. Vadinasi, lygybėje $10 \cdot 10 = 100$ pirmą daliklį 10 reikia išskaidyti į 3 daliklių sandaugą, o tai $1 \cdot 2 \cdot 5$ (beje, daliklio 4 tarp jų būti negali, nes 10 nesidalija iš 4, ir pasirinkimo nėra).
Teisingas atsakymas **D**.

!! O gal sąlygoje galima praleisti žodį „skirtingų"? Pasirodo, tada būtų teisingas dar vienas atsakymas. Pabandykite tuo įsitikinti, išrašę visus galimus keturių dauginamųjų atvejus: $100 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$, $50 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$, $25 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1$, $25 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1$ ir t. t.

K7. Ⓒ Kačių yra perpus tiek, kiek šunų

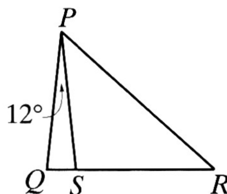
? Tai labai paprastas uždavinys, ir čia reikia tik neskubėti — pavyzdžiui, nepagalvoti, kad protingas šuo turi dvi kojas. (Beje, uždavinys taip pat moko lietuvių kalbos ir rašybos.)
Atspėkime atsakymą. Tarkime, kad kačių yra 8 (o kodėl ne 9? — jeigu prireiktų, tai sunku būtų dalyti iš 4). Tada jos turi 32 letenėles. Vadinasi, šunys turi $32 : 2 = 16$ nosių. Taigi šunų yra 16, kačių 8, ir tinka tik atsakymas **C**.
Renkamės atsakymą **C**.

! Kačių skaičių pažymėkime K, tada jos turi $4K$ letenėlių. Šunys nosių turi perpus mažiau, t. y. $2K$. Bet šunų nosių yra tiek pat, kiek ir pačių šunų. Vadinasi, šunų yra $2K$. Tai reiškia, kad šunų yra dukart daugiau nei kačių. Tą patį galima pasakyti ir kitaip: kačių yra perpus tiek, kiek šunų.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Žinoma, galima apsieiti ir be nežinomųjų. Kačių letenėlių yra dukart daugiau nei pačių šunų. Vadinasi, priekinių letenėlių katės turi tiek pat, kiek yra šunų. Kadangi katė turi dvi priekines letenėles, tai jų yra perpus mažiau nei šunų.

K8. Ⓑ 42°

? Jeigu patikėtume brėžiniu, tai trikampis PSR labai primena statųjį lygiašonį, kurio kampai 90°, 45°, 45°. Bet didysis kampas brėžinyje vos vos didesnis, taigi SPR taps vos vos mažesnis už 45°.
Renkamės atsakymą **B**.



! Žinoma, nesunku kampą QPR apskaičiuoti. Kadangi $PQ = PS$, tai ΔPQS lygiašonis, jo kampai prie pagrindo lygūs. Bet viršūnės kampas 12°, nuo 180° jiems lieka $180° - 12°$, todėl kiekvienas jų lygus $90° - 6° = 84°$. Bet ΔPSR taip pat lygiašonis, nes $PS = RS$. Kampas PSR — gretutinis kampui PSQ, taigi lygus $180° - 84° = 100° - 4° = 96°$. Vadinasi, kiti du trikampio PSR kampai yra po $(180° - 96°) : 2 = 90° - 48° = 42°$.
Teisingas atsakymas **B**.

K9. Ⓒ 5

! Lifte lieka 3 suaugusių vietos. 12 suaugusiųjų sveria (maždaug tiek pat) kiek 20 vaikų, o 3 suaugusieji sveria 4 kartus mažiau, – kiek 5 vaikai.
Teisingas atsakymas **C**.

K10. Ⓐ 17:00

! Češyro Katinas vėl pasirodė po 19:30 – 6:15 = 13:15 valandų. Vadinasi, laikrodį, kuris rodo 6:15, reikia pasukti 13:15 atgal. Pasukus 6:15 atgal, jis rodys 00:00 (arba 24:00), o pasukus dar 7:00 atgal, jis rodys 17:00.
Teisingas atsakymas **A**.

K11. Ⓑ 3

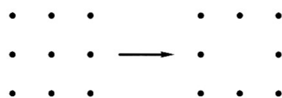
? Tikrinkime natūraliuosius skaičius iš eilės. Matome, kad $n = 1$ ir $n = 2$ tinka, $n = 3$ netinka (9 ir 27 turi nevienodai skaitmenų), $n = 4$ tinka. Matome, kad $n = 5$ nebetinka, ir apsidžiaugiame.
Renkamės atsakymą **B**.

! Vis dėlto maga įsitikinti, kad daugiau tokių skaičių nėra, o tikrinti skaičius iš eilės nusibosta, be to, jų visų ir nepatikrinsi. Bet nesunku suvokti, kad jau bent skaičiai nuo $n = 6$ iki $n = 9$ netinka: tada n^2 dviženklis (nes mažesnis už 10^2), o n^3 — triženklis (nes didesnis už 5^3 ir mažesnis už 10^3). Skaičius 10 taip pat netinka: 10^2 triženklis, o 10^3 — keturženklis. O kaip gi griežtai įsitikinti, kad netinka $n > 10$? Pabandykime. Skaičius n^3 už n^2 didesnis n kartų. Bet net skaičius $10n^2$ turi vienu skaitmeniu (paskutiniu nuliu) daugiau nei n^2, o $n^3 = n \cdot n^2$ juk dar didesnis už $10 \cdot n^2$.
Teisingas atsakymas **B**.

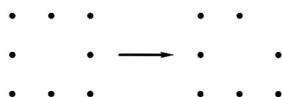
!! Tą patį sprendimą surašykime trumpai. Kai $5 \leqslant n \leqslant 9$, tai $10 < 25 = 5^2 \leqslant n^2 < 10^2 = 100$, ir tai reiškia, kad n^2 dviženklis. Kita vertus, $n^3 \geqslant 5^3 = 125$, o tai reiškia, kad n^3 nėra dviženklis. Kai $n \geqslant 10$, tai $n^3 = n \cdot n^2 \geqslant 10n^2$, o tai reiškia, kad n^3 turi ne mažiau skaitmenų už skaičių $10n^2$, o šis turi vienu skaitmeniu (nuliu dešimtainio užrašo gale) daugiau už n^2.
Liko patikrinti skaičius nuo 1 iki 4 — iš jų netinka 3, nes $3^2 = 9$ vienaženklis, o $3^3 = 27$ dviženklis.
Vadinasi, yra 3 tokie skaičiai.

K12. Ⓒ 3

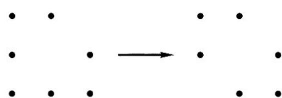
? Kadangi per centrinį tašką galima išvesti net 4 tieses, turinžias 3 taškus, tai nuo jo ir pradėkime mėtyti:



Dabar per kiekvieną kampinį tašką galima išvesti po 2 tieses, todėl išmetame kurį nors kampinį tašką:



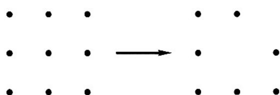
Liko vienintelis taškas, per kurį galima išvesti 2 tieses, — jį ir pašaliname:



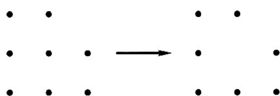
Matome, kad jokie 3 likę taškai nėra vienoje tiesėje.
Renkamės atsakymą **C**.

! Būdas, kaip išmetėme taškus, išradingas — bet gal yra dar išradingesnis būdas, ir užteks išmesti, sakykime, 2 taškus? Žodžiu, reikia įrodyti, kad pašalinti reikia mažiausiai 3 taškus.
Nagrinėkime 3 horizontaliąsias tieses, kurios turi po 3 taškus. Jos bendrų taškų neturi, taigi iš kiekvienos tiesės teks išmesti bent po tašką — iš viso bent 3 taškus. Bet to ir užtenka, išmetus kaip paskutiniame paveikslėlyje.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Įdomu, kad tėra vienintelis būdas išmesti 3 taškus — tai išmesti vieną įstrižainę (kitas būdas — išmesti kitą įstrižainę — bus ne naujas, jeigu leisime sau piešinį sukioti).
Iš tikrųjų, išmesti reikia kurią nors kvadrato viršūnę — jeigu jas visas paliksime, tai kiekvienoje kraštinėje yra po trečią tašką, ir tektų išmesti mažiausiai 4 taškus.



Būtinai reikia išmesti centrinį tašką — per jį dar eina 3 tiesės, kurios be jo neturi kitų bendrų taškų, ir jo neišmetus tektų išmesti dar bent 3 taškus.

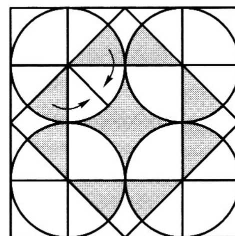


Dabar dar reikia išmesti paskutinį įstrižainės tašką (kairį apatinį paskutiniame paveikslėlyje) — per jį eina dvi tiesės, ir jo neišmetus tektų išmesti dar du taškus.
Įsitikinome, kad būtinai reikia išmesti vienos įstrižainės 3 taškus. Bet to ir gana — dabar tiesių, turinčių 3 taškus, nebėra.

K13. Ⓒ 45°

! Bukasis trikampis turi 120° kampą. Jis turi dar vieną kampą iš 80°, 55° ir 10° — šie visi kartu negali priklausyti smailiajam trikampiui, nes jų suma nelygi 180°.
Bukajam trikampiui nepriklauso 80° — jau dviejų kampų suma $120^\circ + 80^\circ$ būtų didesnė už 180°. Jam nepriklauso ir 55° — tada 80° ir 10° priklausytų kitam trikampiui, bet jo trečias kampas būtų 90°, taigi jis nebūtų smailusis. Vadinasi, smailiajam trikampiui priklauso 80° ir 55°, trečias jo kampas $180^\circ - 80^\circ - 55^\circ = 45^\circ$. Trečias bukojo trikampio kampas lygus $180^\circ - 120^\circ - 10^\circ = 50^\circ$, ir trikampiai su kampais 120°, 10°, 50° ir 80°, 55°, 45° tenkina uždavinio sąlygą, o mažiausias smailiojo trikampio kampas lygus 45°.
Teisingas atsakymas **C**.

K14. Ⓐ $\frac{1}{4}$



! Laikykime apskritimo spindulį vienetu, tada apskritimo skersmuo 2, didžiojo kvadrato kraštinė 4 (4 spinduliai), mažojo kvadrato kraštinė 2 (2 spinduliai). Užtušuotą plotą sudaro 8 skritulio išpjovos po 45° ($8 \cdot 45^\circ = 360^\circ$, taigi 8 išpjovos sudaro vieną skritulį) ir centrinis „būgnas“ (tai mažasis kvadratas be 4 skritulio išpjovų po 90°, todėl būgno plotas lygus mažojo kvadrato plotui minus skritulio plotas), t. y. $2^2 - \pi \cdot 1^2 = 4 - \pi$. Taigi užtušuotas plotas lygus $\pi + 4 - \pi = 4$, ir jis sudaro $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ didžiojo kvadrato dalį.
Teisingas atsakymas **A**.

!! Galima nieko ir neskaičiuoti. Jeigu užtušuotas apskritimo išpjovas pasuksime kaip rodo rodyklės į kvadrato vidurį, tai visas mažasis kvadratas bus užtušuotas. Jeigu didįjį kvadratą padalysime į 16 mažesnių, tai užtušuotasis kvadratas užims iš jų 4, tai yra $\frac{1}{4}$ dalį.

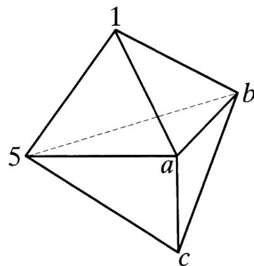
K15. Ⓒ 13

? Nustatykime, kas stovi eilėje pirmas. Sakykime, kad pirmas tiesakalbis (T). Tada antras ir trečias – – melagiai (M). Trečias sako: prieš mane melagis. Kadangi tas trečias — melagis, tai reiškia, kad prieš jį antras stovi tiesakalbis. Galai nesuėjo — prieštara. Vadinasi, pirmas eilėje stovi melagis.
Kadangi tas pirmasis melagis pasakė, kad visi už jo stovintys yra melagiai, tai visi už jo stovintys yra tiesakalbiai: MTT...T. Trečias (T) pasakė, kad prieš jį melagis. O antras juk stovi teisuolis. Prieštara.
Taigi eilėje pirmas negali būti nei T, nei M. Tai reiškia, kad uždavinyje aprašyta situacija neįmanoma. Renkamės atsakymą **E**.

! Tiesą sakant, atsakymą **E** pasirinkome tik iš bėdos — nelabai ir jis tinka. Va jeigu atsakymas **E** būtų „Tokia situacija neįmanoma“, tada reikalas kitas.
Kengūros konkurso taisyklės garantuoja, kad bent vienas atsakymas tikrai teisingas. Taigi jei tuo neabejojame (o gal uždavinio autoriai apsiriko?) ir laikome šventa taisykle, tai turime pripažinti, kad spręsdami apsirikome mes.
Grįžkime prie sprendimo. Jau įsitikinome, kad pirmas stovi M. Jis pasakė, kad visi už jo stovintys yra melagiai. Kadangi tas pirmas — melagis, tai jis pasakė netiesą. Taigi sužinome, kad netiesa, jog visi pradedant antruoju eilėje melagiai. Kaip tą pasakyti kitaip? Sprendime pasakėme, kad visi jie tiesakalbiai — ir apsirikome. Lietuvių (ir ne tik lietuvių) kalbos ir logikos ypatybė — kad teiginys, priešingas teiginiui „visi — melagiai“ yra teiginys „ne visi — melagiai“. Tai dar aiškiau, jeigu sakysime ne „visi — melagiai“, o „nėra nė vieno tiesakalbio“. Tada priešingas teiginys bus „yra bent vienas tiesakalbis“. Tokią išvadą ir darome, išgirdę pirmo stovinčiojo žodžius.
Susumuokime: pirmas stovi M, eilėje nevisi melagiai. Dabar jau viskas paprasta: antras stovi tiesakalbis (melagis pasakytų, kad prieš jį stovi tiesakalbis). Trečias stovi melagis (tiesakalbis pasakytų, kad prieš jų stovi tiesakalbis). Tęsdami gauname, kad kas antras stovi melagis. Kadangi jų numeriai nelyginiai, tai tiesakalbių numeriai lyginiai: $2, 4, 6, \dots, 24$. Jų yra tiek, kiek ir dvigubai mažesnių skaičių $1, 2, 3, \dots, 12$, t. y. dvylika. Vadinasi, melagių eilėje yra 13.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Įdomu panagrinėti, kas atsitiktų, jei pirmas eilėje tylėtų ir nežinotume, kas jis — T ar M. Tarkime, kad jis T. Tada antras negali būti T, taigi jis M. Trečias nebegali būti M, taigi jis T, ir taip toliau. Vadinasi, eilėje 12 melagių.
Dabar tarkime, kad pirmas M. Tada antras T, trečias M ir t. t., — eilėje 13 melagių.
Vadinasi, jei pirmas eilėje tylėtų, galimi du atvejai — eilėje 12 arba 13 melagių. Štai dabar ir reikėtų rinktis atsakymą **E**.

K16. Ⓒ 17



! Sužymėkime raidėmis a, b ir c skaičius prie briaunainio viršūnių, kaip parodyta brėžinyje. Kadangi sumos $a + 1 + 5$ ir $a + 1 + b$ pagal sąlygą lygios, tai $b = 5$. Analogiškai sumos $5 + a + 1$ ir $5 + a + c$ lygios, taigi $c = 1$. Taip pat lygios ir sumos $a + c + 5$ ir $1 + b + 5$, taigi $a + c = 1 + b$, t. y. $a + 1 = 1 + 5$, ir $a = 5$. Vadinasi, $a + b + c + 5 + 1 = 5 + 5 + 1 + 5 + 1 = 17$.
Teisingas atsakymas **A**.

K17. Ⓐ 1

! Kadangi duotoje lygybėje yra 10 skirtingų raidžių, tai joje yra ir 0. Nulis negali būti vardiklyje, todėl jis yra arba tarp daugiklių EIGHT, arba tarp daugiklių TWO. Kitaip sakant, arba lygybės kairė, arba dešinė pusė lygi nuliui. Bet jei lygybės viena pusė lygi nuliui, tai ir kita lygi 0, todėl abiejose pusėse yra po daugiklį 0. Kadangi nuliai žymimi ta pačia raide, tai žiūrime, kokių vienodų raidžių yra „žodžiuose“ EIGHT ir TWO. Vienintelė bendra raidė juose yra T, vadinasi, T = 0. Tai reiškia, kad reiškinio THREE reikšmė lygi 0.
Teisingas atsakymas **A**.

K18. Ⓓ Tik c arba d

a	b			
c	d			
		b		
b				

1 pav.

a	b	a	b	a
c	d	c	d	c
b	a	b	a	b
b				

2 pav.

a	b	a	b	a
c	d	c	d	c
b	a	b	a	b
b	a	b	a	b

3 pav.

! Uždavinys, kuriame spėlioti net neverta. Strategija sprendžiant paprasta: iš pradžių užpildyti visus langelius, kurių spalva nustatoma vienareikšmiškai. Įsiveskime koordinatinį langelių žymėjimą pagal viršutinę dešinę langelio viršūnę — pavyzdžiui, apatinį kairįjį langelį b žymime $(1, 1)$, užtušuotąjį langelį — $(5, 2)$ ir pan.

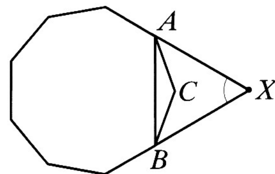
Iš karto aišku, kad langelis $(2, 3)$ (1 pav.) spalvinamas spalva a, nes jo kaimynai ir c, ir d, ir b (rašome jame a). Taip nesunku užpildyti viršutines 3 eilutes — pabandykite patys. Nurodysime vieną iš būdų:

1. $(2, 3) \to a$; 2. $(1, 3) \to b$; 3. $(3, 4) \to c$; 4. $(3, 5) \to a$; 5. $(4, 4) \to d$;
6. $(4, 5) \to b$; 7. $(4, 3) \to a$; 8. $(5, 4) \to c$; 9. $(5, 5) \to a$; 10. $(5, 3) \to b$.

Gavome 2 pav. Atrodytų, kad vienareikšmiškai pildyti jau nebegalima, ir vis dėlto. Pasirodo, kad $(2, 1)$ būtinai bus a — jeigu jis būtų c, tai abu langeliai $(1, 2)$ ir $(2, 2)$ turėtų kaimynus a, b ir c, todėl jie abu būtų d, o tai neįmanoma. Lygiai taip pat $(2, 1)$ negali būti d. Dabar analogiškai įsitikiname, kad $(3, 1)$ — tai b. Ir toliau: $(4, 1)$ — tai a, $(5, 1)$ — tai b. Gavome 3 paveikslėlį. Dabar visiškai aišku, kad tuščiąją antrą eilutę galima pildyti $cdcdc$ arba $dcdcd$, taigi užtušuotasis langelis bus nuspalvintas c arba d.

Teisingas atsakymas **D**.

K19. Ⓔ $60°$



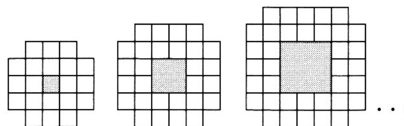
! Sujunkime A su B. Trikampis ABC lygiašonis, C kaip taisyklingojo devynkampio kampas lygus $\frac{180° \cdot 7}{9} = 140°$, todėl $\angle CAB = \angle CBA = 20°$. $\angle CAX$ kaip gretutinis devynkampio kampui A lygus $180° - 140° = 40°$. Todėl ΔBAX kampas $BAX = \angle BAC + \angle CAX = 20° + 40° = 60°$. Analogiškai $\angle ABX = 60°$. Todėl trečias trikampio ABX kampas X taip pat lygus $60°$.

Teisingas atsakymas **E**.

!! Galima iš viso nevesti naujų linijų. Keturkampio $ACBX$ kampas C papildo devynkampio kampą iki $360°$, todėl lygus $220°$. Vadinasi, $\angle X = 360° - \angle A - \angle B - \angle C = 360° - 40° - 40° - 220° = 60°$.

K20. Ⓓ 92

! Pirma figūra yra kvadratas 5×5 be kampinių langelių ir skylės 1×1, taigi susideda iš $25 - 4 - 1 = 20$ baltų langelių. Antra figūra yra kvadratas 6×6 be 4 kampinių langelių ir skylės 2×2, taigi susideda iš $6 \cdot 6 - 4 - 2 \cdot 2$ langelių. Aišku, kad dešimtoji figūra bus kvadratas 14×14 be kampinių langelių ir skylės 10×10, t. y. susidės iš $14 \cdot 14 - 4 - 10 \cdot 10 = 92$ baltų langelių.



Teisingas atsakymas **D**.

K21. Ⓑ 5

? Lengviausia patikrinti atsakymus. Nulis iš viso nėra natūralusis skaičius, taigi **A** netinka. 5 dalijasi iš 5, nesidalija iš 11, nesidalija iš 55, mažesnis už 10, taigi teisingi du atsakymai.

Renkamės atsakymą **B**.

! Įsitikinkime, kad kiti atsakymai netinka. Iš tikrųjų, 10 dalijasi iš 5, kiti teiginiai klaidingi. $11 \cdot 55$ dalijasi iš 5, 11, 55, taigi teisingi 3 teiginiai. 55 taip pat dalijasi iš 5, 11, 55 — taip pat netinka. Teisingas atsakymas **B**.

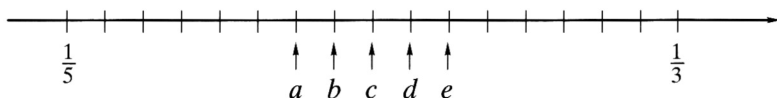
!! Žymiai įdomiau uždavinį išspręsti, kai atsakymai neduoti. Raskime visus skaičius M, tenkinančius uždavinio sąlygą.
Aišku, kad abu teiginiai T_{11} = „M dalijasi iš 11“ ir T_{10} = „M mažesnis už 10“ negali kartu būti teisingi: juk jeigu $M < 10$, tai M nesidalija iš 11. Vadinasi, užtenka nagrinėti 3 atvejus:
1) T_{11} teisingas, T_{10} klaidingas;
2) T_{11} klaidingas, T_{10} teisingas;
3) T_{11} klaidingas, T_{10} klaidingas.
1) atveju M dalijasi iš 11 (ir didesnis už 10). Bet tada T_5 ir T_{55} arba abu teisingi, arba abu neteisingi: jeigu M dalijasi iš 5, tai dalijasi ir iš $5 \cdot 11 = 55$, jeigu M dalijasi iš 55, tai dalijasi ir iš 5. Jeigu T_5 ir T_{55} teisingi, tai turime 3 teisingus teiginius. Jeigu T_5 ir T_{55} klaidingi, tai turime 3 klaidingus teiginius (pamenate, T_{10} klaidingas).
2) atveju $M < 10$, todėl T_{11} ir T_{55} klaidingi teiginiai. Vadinasi, teisingas T_5 = „M dalijasi iš 5“. Bet toks skaičius tik vienas: $M = 5$.
3) atveju $M \geqslant 10$, bet nesidalija iš 11. Tada M tikrai nesidalija iš 55, ir turime 3 klaidingus teiginius.
Taigi tėra vienintelis natūralusis M, tenkinantis uždavinio sąlygą: $M = 5$.
Beje, sąlygoje galima reikalauti, kad M būtų neneigiamas skaičius. Tada galėtų atsitikti, kad sąlygą tenkina dar vienas skaičius — nulis. Bet neneigiamas $M = 0$ irgi netenkintų naujosios sąlygos: nulis dalijasi ir iš 5, ir iš 11, ir iš 55, taigi būtų teisingi trys teiginiai iš keturių.

K22. Ⓒ 64

! Nagrinėkime 2 atvejus: 1) pirmoje vietoje stovi dvejetas ir 2) pirmoje vietoje stovi nelyginis skaičius.
1) atveju, kai pirmas dvejetas, tai antras bus nelyginis skaičius (nes jis turi skirtis 1), trečias bus vėl lyginis, ketvirtas — vėl nelyginis ir t. t. Lyginius skaičius, t. y. dvejetus surašome į 1, 3, 5, 7, 9 vietas automatiškai. Lieka surašyti nelyginius skaičius į 2, 4, 6, 8, 10 vietas. Į antrą vietą parašyti skaičius yra 2 būdai, į ketvirtą — 2 būdai ir t. t. Vadinasi, užpildyti visas 5 vietas, remiantis sandaugos taisykle, galima $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ būdais.
2) atveju nelyginiai bus 1, 3, 5, 7, 9 vietoje ir surašyti juos taip pat bus galima 32 būdais. Vadinasi, yra 64 dešimtženkliai skaičiai, tenkinantys sąlygą.
Teisingas atsakymas **C**.

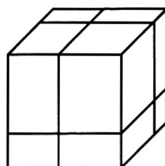
K23. Ⓐ *a*

! Atkarpa nuo $\frac{1}{5}$ iki $\frac{1}{3}$ padalyta į 16 lygių dalių, taigi viena dalis atitinka $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right) : 16 = \frac{1}{120}$. Vadinasi, nuo taško $\frac{1}{5}$ reikia į dešinę atidėti $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right) : \frac{1}{120} = 6$ tokias atkarpas, o tada atsiduriame taške a.



Teisingas atsakymas **A**.

K24. Ⓓ 2:1



? Kadangi atsakymas, matyt, nepriklauso nuo to, kokiais santykiais dalysime kubo kraštines, tai dalykime visas jas pusiau. Jeigu duotojo kubo briauna lygi 1, tai jo paviršius $6 \cdot 1 = 6$. Kiekvieno iš 8 kubelių briauna lygi $\frac{1}{2}$, sienos plotas $\frac{1}{4}$, kubelio paviršius $6 \cdot \frac{1}{4}$. Visų aštuonių kubelių paviršius lygus $8 \cdot 6 \cdot \frac{1}{4} = 12$. Jo santykis su kubo paviršiumi 12:6, arba 2:1.
Renkamės atsakymą **D**.

! Galima būtų psižymėti kraštinių dalijimo santykius $p{:}q$, $r{:}s$, $t{:}u$ ir viską suskaičiuoti, bet tai nuobodu ir gremėzdiška. Geriau skaičiuoti taip.
Kad ir kaip padalytume kubą į gretasienius, tai gretasienių priekinių sienų plotų suma bus lygi dvigubam kubo (priekinės) sienos plotui. Lygiai tokia pat bus užpakalinių sienų plotų suma. Bet taip pat tokia bus dešiniųjų sienų plotų suma, kairiųjų sienų plotų suma, viršutinių sienų plotų suma, apatinių sienų plotų suma. Vadinasi, visų gretasienių sienų plotų suma bus 12 kartų didesnė už kubo sienos plotą, t. y. dvigubai didesnė už kubo paviršių.
Teisingas atsakymas **D**.

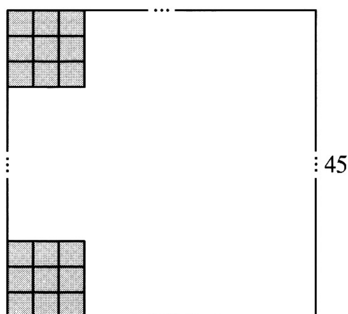
K25. Ⓒ 2

? Iš sąlygos turime, kad didžiausias iš daliklių dalijasi iš 45, vadinasi, jis dalijasi iš 3. Vadinasi, ir pats skaičius M dalijasi iš 3. Todėl jo mažiausias daliklis (neskaitant 1) gali būti 2 arba 3.
Jeigu mažiausias daliklis 3, tai didžiausias $45 \cdot 3$. Mažiausio ir didžiausio daliklio sandauga ir duoda skaičių M, $M = 3 \cdot 45 \cdot 3$ $(= 405)$.
Jeigu mažiausias daliklis 2, tai didžiausias $45 \cdot 2$, o $M = 2 \cdot 45 \cdot 2 = 180$. Taigi yra du skaičiai, tenkinantys sąlygą: 180 ir 405.
Renkamės atsakymą **C**.

! Sprendime **?** rėmėmės teiginiu, kad skaičiaus mažiausio ir didžiausio daliklio sandauga lygi pačiam skaičiui. Iš pavyzdžių tai visiškai aišku: $1 \cdot 100 = 2 \cdot 50 = 4 \cdot 25 = 5 \cdot 20 = 10 \cdot 10$, ir $2 \cdot 50 = 100$. Bet griežtai įrodyti tą teiginį ne taip jau ir lengva. Pabandykime tai padaryti.
Sakykime, kad d yra (neskaitant 1) mažiausias M daliklis. Tada $\frac{M}{d}$ — sveikasis skaičius ir yra skaičiaus M daliklis, nes $M : \frac{M}{d} = d$. Maža to, $\frac{M}{d}$ yra didžiausias M daliklis. Iš tikrųjų, tarkime, kad yra didesnis daliklis D, $D > \frac{M}{d}$. Tada $\frac{M}{D}$ taip pat daliklis, o kadangi $\frac{M}{d} < D$, tai $\frac{M}{D} < d$. Prieštara, nes radome daliklį, mažesnį už d.
Taigi jei d — mažiausias daliklis, tai $\frac{M}{d}$ — didžiausias daliklis, o teiginys, kad jų sandauga lygi pačiam skaičiui — akivaizdus, $d \cdot \frac{M}{d} = M$.
Teisingas atsakymas **C**.

K26. Ⓑ 45

! Kadangi kiekvieno kvadrato kraštinė — sveikasis skaičius, tai ji $\geqslant 1$, todėl pradinio kvadrato plotas $\geqslant 2009$. Vadinasi, pradinio kvadrato kraštinė $\geqslant 45$ (nes $44^2 = 1936 < 2009$). Pabandykime kvadratą 45×45 padalyti į 2009 mažesnius kvadratus. Iš pradžių padalykime kvadratą į $45 \cdot 45 = 2025$ vienetinius kvadratėlius, tada kvadratų skaičių reikia sumažinti iki 2009. Sujunkime 4 kvadratėlius į 1 kvadratą 2×2 — taip mes kvadratų skaičių sumažiname trimis. Bet mums reikia tą skaičių sumažinti 16, vadinasi, vien kvadratais 2×2 neišsiversime. O štai kvadratai 3×3 tinka: pakeitę 9 kvadratėlius į 1 didesnį, kvadratų skaičių sumažinsime 8. Vadinasi, užtenka „pagaminti“ 2 kvadratus 3×3. Didįjį kvadratą 45×45 sudarys 2007 vienetiniai kvadratėliai ir du kvadratai 3×3. Iš tikrųjų, jie užims plotą $2007 + 2 \cdot 9 = 2025 = 45^2$.
Teisingas atsakymas **B**.



!! Suprantama, tuos 2 kvadratus 3×3 pasirinkti galima bet kur. Bet štai kitų būdų padalyti (mažiausią įmanomą) kvadratą 45×45 į 2009 mažesnius nėra.
Iš tikrųjų, sakykime, kad kvadratas 45×45 padalytas į 2009 kvadratus, iš kurių a_1 — vienetiniai, a_2 — kvadratai 2×2, a_3 — kvadratai 3×3 ir t. t. Turime

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots = 2009,$$

$$a_1 \cdot 1 + a_2 \cdot 2^2 + a_3 \cdot 3^2 + \cdots = 2025.$$

Atėmus

$$a_2(2^2 - 1) + a_3(3^2 - 1) + a_4(4^2 - 1) + a_5(5^2 - 1) + \cdots = 16.$$

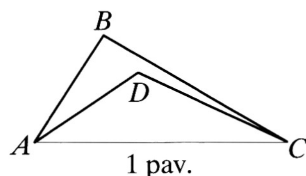
Aišku, kad $a_5 = a_6 = \cdots = 0$, ir $3a_2 + 8a_3 + 15a_4 = 16$. Matome, kad $a_4 \leqslant 1$. Jeigu $a_4 = 1$, tai $3a_2 + 8a_3 = 1$, o tai neįmanoma. Vadinasi, kvadratų 4×4 būti negali, ir lieka išspręsti lygtį

$$3a_2 + 8a_3 = 16.$$

Kadangi $8a_3$ ir 16 dalijasi iš 8, tai ir a_2 turi dalytis iš 8. Bet $3a_2 \leqslant 16$, $a_2 \leqslant 5$, taigi $a_2 = 0$. Vadinasi, nėra ir kvadratų 2×2, ir gauname, kad būtinai $8a_3 = 16$, $a_3 = 2$, t. y. turi būti 2 kvadratai 3×3.

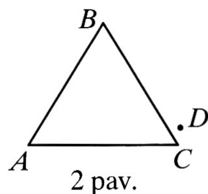
K27. Ⓓ P, R, S

? Nusibraižykime keturkampį $ABCD$ (1 pav.), kurio kampas D išvirkštinis (didesnis už 180°). Panašu, kad $AD + CD < AB + BC$ (kitaip sakant, ΔADC perimetras mažesnis už ΔABC perimetrą). Todėl mūsų uždavinyje tik Q galėtų būti išvirkštinio kampo viršūnė — tik $PQ + QR < RS + SP$ ($2006 + 2008 < 2007 + 2009$). Kitos viršūnės išvirkštinės būti negali.
Renkamės atsakymą **D**.



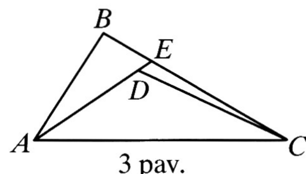
1 pav.

?? Būtų gerai įsitikinti, kad toks keturkampis egzistuoja (juk jeigu teisinga perimetrų nelygybė, tai dar nereiškia, kad taškas D yra ΔABC viduje). Pavyzdžiui, imkime lygiakraštį ΔABC, o tašką D trikampio išorėje „arti“ C (2 pav.). Tada aiškiai $AD + DC < AB + BC$, bet keturkampis $ABCD$ nesusidaro.
O dabar imkite liniuotę ir skriestuvą, ir pabandykite nubrėžti neiškiląjį keturkampį su kraštinėmis 20,6; 20,8; 20,7; 20,9.



2 pav.

! Jau įsitikinome, kad griežtas šio uždavinio sprendimas sunkus. Beje, sprendime **?** rėmėmės tuo, kad jei taškas D yra trikampio ABC viduje, tai $AD + DC < AB + BC$ (kitaip: P_{ADC} mažesnis už P_{ABC}). Įrodykime šį teiginį. Pratęskime AD iki susikirtimo su BC raide E (3 pav.). Įrodyti, kad $P_{AEC} < P_{ABC}$, paprasta: reikia įrodyti, kad $AE + EC < AB + BC$. Atmetus iš šios nelygybės po lygų ilgį EC, turime ekvivalenčią nelygybę $AE < AB + BE$. Bet ji neabejotinai teisinga — tai trikampio nelygybė.

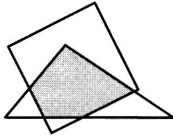


3 pav.

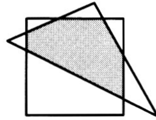
Iš tikrųjų įrodytas faktas reiškia, kad atkirsto trikampio perimetras visada mažesnis. Kadangi ΔADC atkirstas nuo ΔAEC, tai $P_{ADC} < P_{AEC} < P_{ABC}$. Tai ir reiškia, kad $AD + DC < AB + BC$. Vadinasi, kampai P, R, S negali būti išvirkštiniai, o kampas Q — gali.
Teisingas atsakymas **D**.

K28. Ⓓ 40 cm²

! Vienintelis sunkumas sprendžiant šį paprastą uždavinį yra toks: iš sąlygos gali susidaryti įspūdis, kad didžiausias plotas dengiant trikampį kvadratu (1 pav.) ir didžiausias plotas dengiant kvadratą trikampiu (2 pav.) gali skirtis. O iš tikrųjų tai tas pats bendras trikampio ir kvadrato plotas (beje, gali atsitikti, kad yra ne viena konfigūracija, realizuojanti didžiausią plotą, bet tai nieko nekeičia).



1 pav.



2 pav.

Kadangi uždedant trikampį ant kvadrato didžiausias uždengiamas (bendras trikampio ir kvadrato) plotas yra $\frac{2}{3}$ kvadrato, tai jis lygus $\frac{2}{3} \cdot 6 \cdot 6 = 24$ cm². Bet tas plotas sudaro 60% trikampio ploto, taigi 1% trikampio ploto yra $\frac{24}{60} = \frac{4}{10}$ cm², o visas (100%) trikampio plotas yra $\frac{4}{10} \cdot 100 = 40$ cm². Teisingas atsakymas **D**.

K29. Ⓓ 9

Žr. Junioro 17 uždavinio sprendimą.

K30. Ⓒ 2

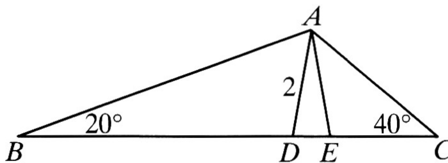
! Pagal sąlygą $AD = 2$. Kraštinėje BC atidėkime $BE = BA$, tada reikia rasti CE. Apskaičiuokime trikampių kampus. Kadangi ΔABE lygiašonis, tai

$$\angle BEA = \angle BAE = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ.$$

Todėl

$$\angle EAC = \angle BAC - \angle BAE = 120^\circ - 80^\circ = 40^\circ,$$

ir ΔAEC lygiašonis, $AE = EC$. Bet ΔDAE taip pat lygiašonis, nes $\angle ADE = \angle AED = 80^\circ$. Vadinasi, $BC - BA = EC = AE = AD = 2$.



Teisingas atsakymas **C**.

JUNIORAS (IX ir X klasės)

J1. Ⓒ $(2+0)\cdot(0+9)$

! Skaičiai **A** ir **B** nesidalija iš 3, nes kiekvieno jų skaitmenų suma lygi 11. Skaičius **C** lygus $2\cdot 9$, todėl dalijasi iš 3. Skaičius **D** yra $2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2$, todėl nesidalija iš 3. Skaičius $200-9$ nesidalija iš 3, nes turinys nesidalija iš 3, o atėminys — dalijasi.
Teisingas atsakymas **C**.

J2. Ⓒ 3
Žr. Kadeto 12 uždavinio sprendimą.

J3. Ⓐ 503

! Be Jonuko, lenktynėse dalyvavo 2008 vaikai. Prieš Jonuką atbėgo ketvirtadalis jų, t. y. 502 vaikai. Vadinasi, Jonukas buvo 503-ias.
Teisingas atsakymas **A**.

J4. Ⓒ 100

! Ieškomasis skaičius lygus

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{9}{10}\cdot 1000=\frac{1000}{10}=100.$$

Teisingas atsakymas **C**.

J5. Ⓓ 18072

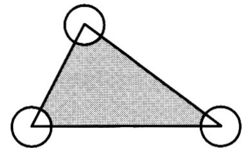
! Skaičiuje 20092009...2009 yra 2009 devynetai, bet po paskutinio iš jų nebėra lyginio skaitmens. Taigi 2008 devynetų suma lygi $2008\cdot 9=18072$.
Teisingas atsakymas **D**.

J6. Ⓒ 17
Žr. Kadeto 16 uždavinio sprendimą.

J7. Ⓑ 3
Žr. Kadeto 11 uždavinio sprendimą.

J8. Ⓑ $80-2\pi$

! Trikampio kampų suma lygi 180°, todėl tokia pat ir apskritimų išpjovų kampų suma, o tai reiškia, kad išpjovos sudaro pusę skritulio. Skritulio plotas 4π, pusskritulio plotas 2π, todėl užtušuotas plotas lygus $80-2\pi$ kvadratinių metrų.
Teisingas atsakymas **B**.



J9. Ⓔ 24

? Labai lengva atspėti seką nuo 4-to jos nario:

$6, 9, 15, \ldots$

Jos septintas narys lygus $9+15=24$.
Renkamės atsakymą **E**.

?? Kadangi $a_6=a_4+a_5$, tai $a_5=a_6-a_4=15-6=9$. Turime $a_7=a_5+a_6=9+15=24$.
Renkamės atsakymą **E**.

! Sekos, tenkinančios sąlygos taisyklę, vadinamos Fibonačio sekomis. Aišku, kad turint du gretimus sekos narius, likusieji nustatomi vienareikšmiškai. Įsitikinkime, kad egzistuoja seka, tenkinanti uždavinio sąlygas. Iš tikrųjų, $a_3 = a_5 - a_4 = 9 - 6 = 3$, $a_2 = a_4 - a_3 = 6 - 3 = 3$, $a_1 = a_3 - a_2 = 3 - 3 = 0$. Taigi mūsų seka

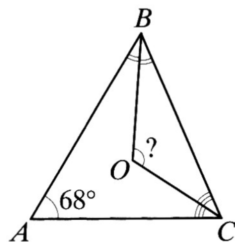
$$0, 3, 3, 6, 9, 15, 24, \dots,$$

o jos 7-tas narys 24.
Teisingas atsakymas **E**.

!! Įsivaizduokime, kad sąlyga prasideda žodžiais „Leonas parašė natūraliųjų skaičių seką...“. Kas atsitiktų tada? Kadangi rastoji seka vienintelė, tai reikštų, kad tokios sekos nėra. Kitaip sakant, išsprendus uždavinį reikia patikrinti, ar visos sąlygos išpildytos. Todėl ir sprendimas **?** — tik spėjimas: atsiduodame *Kengūros* valiai, nes jos taisyklės garantuoja, kad rastasis atsakymas bus teisingas, o reikiama seka egzistuoja.

J10. Ⓑ 124°

! Pažymėkime viršūnes A, B, C ir O kaip paveikslėlyje. Trikampio ABC kampų suma $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, t. y. $\angle B + \angle C = 112^\circ$. Ieškomasis kampas BOC lygus $180^\circ - \angle CBO - \angle BCO = 180^\circ - \frac{1}{2}\angle B - \frac{1}{2}\angle C =$
$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle B + \angle C) = 180^\circ - \frac{1}{2} \cdot 112^\circ = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$.
Teisingas atsakymas **B**.

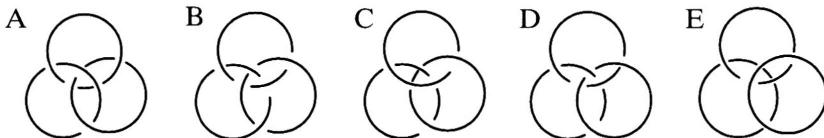


J11. Ⓒ Negalėjo gauti lygiai triskart po 3 balus

! Kadangi Marytės vidurkis už 4 testus buvo 4, tai ji surinko 16 taškų. Tada teiginys **A**, jog ji negalėjo gauti keturiskart po 4, neteisingas (juk $4 \cdot 4 = 16$). Teiginys **B** taip pat neteisingas $(3+3+5+5 = 16)$. Teiginys **D** neteisingas $(1+5+5+5 = 16)$. Teiginys **E** taip pat neteisingas (nors pavyzdys $4+4+4+4 = 16$ netinka, bet pavyzdys $4+4+5+3$ įrodo **E** neteisingumą). O štai teiginys **C** tikrai teisingas (net gavusi iš 4-to testo 5 taškus, Marytė teturėtų $3+3+3+5 = 14$ taškų). Žodžiu, „Marytė tikrai negalėjo gauti lygiai triskart po 3 balus“.
Teisingas atsakymas **C**.

J12. Ⓑ B

! Pradėkime nuo A. Jeigu perkirpsime ir pašalinsime viršutinį (v) žiedą, tai kairysis (k) ir dešinysis (d) žiedai neatsiskirs: k ir d paveikslėlyje kertasi dviejuose taškuose, bet k viršutiniame susikirtimo taške yra virš d, o apatiniame — atvirkščiai. Vadinasi, A — tai ne Boromėjų žiedai.



Tikrinkime B. Jei pašalinsime v, tai k abiejuose susikirtimo su d taškuose yra virš d, ir žiedai atsiskiria. To mažai — žiedai turi atsiskirti pašalinus bet kurį žiedą. Pašalinkime d. Tada v abiejuose susikirtimo su k taškuose yra virš k, taigi atsiskiria. Pagaliau, pašalinkime k. Tada v abiejuose susikirtimo su d taškuose yra po d, taigi atsiskiria.
Vadinasi, paveikslėlyje B — Boromėjų žiedai. Dar reikia patikrinti likusius atsakymus — juose ne Boromėjų žiedai.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Boromėjai — italų didikų dinastija, o panašūs žiedai buvo pavaizduoti jų herbe. Boromėjaus žiedai — įdomus matematinis (topologijos) objektas, ir jam skirti šimtai straipsnių (žr. internetą, tik anglišką (Boromean rings): lietuviškai ir lenkiškai automatiniame vertime iš anglų kalbos — vienos nesąmonės).

J13. Ⓒ 13

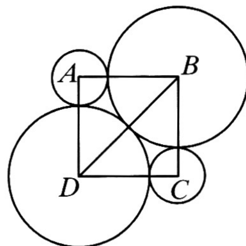
Žr. Kadeto 15 uždavinio sprendimą.

J14. Ⓒ 7

! Kadangi $3\square 5 = 3\cdot 5+3+5$, o $2\square x = 2x+x+2$, tai $23 = 3x+2$, t. y. $x = 7$.
Teisingas atsakymas **C**.

J15. Ⓒ $1+\sqrt{2}$

! Pažymėkime kvadrato viršūnes A, B, C, D (žr. pav.). Mažesniojo apskritimo spindulį pažymėkime r, didesniojo — R. Imkime mažesniojo apskritimo spindulį $r = 1$, tada $R : r = R : 1 = R$, t. y. reikia rasti R. Išveskime kvadrato įstrižainę BD. Ji lygi $2R$, o kvadrato kraštinės $AB = AD = 1+R$. Pagal Pitagoro teoremą $4R^2 = (1+R)^2+(1+R)^2$, t. y. $2R^2-4R-2=0$, $R^2-2R-1=0$, $(R-1)^2=2$, $R-1=\sqrt{2}$, $R = 1+\sqrt{2}$.
Teisingas atsakymas **C**.



J16. Ⓒ 39

! Pagal sąlygą $|\sqrt{n}-10| < 1$. Sprendžiame nelygybę: $-1 < \sqrt{n}-10 < 1$, $9 < \sqrt{n} < 11$, $81 < n < 121$. Šią nelygybę tenkina natūralieji n nuo 82 iki 120, o jų yra tiek pat, kiek ir nuo $82+19 = 101$ iki $120+19 = 139$, t. y. 39.
Teisingas atsakymas **C**.

J17. Ⓓ 9

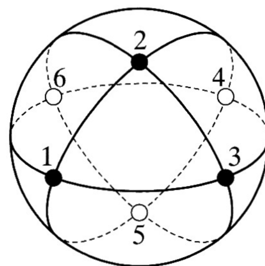
! Įrodykime, kad eilėje negali būti visi 10 skaičių. Tarkime priešingai — kad eilėje surašyti visi 10 skaičių ir gaukime prieštarą.
Skaičius vadinkime draugais, jei vienas iš jų dalijasi iš kito: pvz., 1 ir 10, 2 ir 6, 7 ir 1. Mažiausiai draugų turi 7 — tik vienintelį 1, 5 — tik 1 ir 10, 9 — 1 ir 3 (kiti jų turi daugiau). Tai reiškia, kad jeigu skaičius 7 yra toje eilėje, tai jis yra pirmas arba paskutinis (jis negali stovėti eilėje ne iš krašto — abu jo kaimynai turi būti draugai, o dviejų draugų jis neturi). Galima laikyti, kad 7 stovi pirmas (kitaip visą seką galima apgręžti). Pažiūrėkime, kiek gi narių gali turėti seka, prasidedanti 7.
Po 7 gali eiti tik 1, ir turime 71...
Dabar 5, turėdamas tik du draugus, gali turėti tik kaimyną 1 arba būti eilės gale. Tą patį galima pasakyti apie 9. Vadinasi, vienas iš jų eina po 1, o kitas stovi eilės gale. Iš pradžių tarkime, kad po 1 eina 5, o gale stovi 9, ir turime 715...9. Tada vienareikšmiškai po 5 eina 10, o po 10 — eina 2. Prieš 9 eina 3, prieš 3 — 6. Kadangi prieš 6 gali būti tik 2, tai turime 715(10)2639, o tai tik 8 skaičiai. Dabar tarkime, kad po 1 eina 9, o gale stovi 5. Vienareikšmiškai gauname 719362...(10)5, bet prieš 10 gali stovėti tik 2 — vėl eilėje tik 8 skaičiai. Gavome prieštarą, taigi eilėje — ne 10 skaičių.
Įsitikinome, kad jeigu skaičius 7 yra sekoje, tai 10 skaičių surašyti į ją negalima. Lieka viena viltis: išmetame „nedraugiškąjį“ septynetą ir pabandome surašyti į eilę visus likusius skaičius. Po kelių bandymų tai pavyksta, pavyzdžiui,

63915(10)248, 5(10)2639148 ir t. t.

Įrodėme, kad visų 10 skaičių į eilę surašyti neįmanoma, o 9 skaičius surašyti galima. Taigi Penktadienio eilėje daugiausiai galėjo būti 9 skaičiai.
Teisingas atsakymas **D**.

J18. Ⓐ 6

Sakykime, boružė pradėjo iš taško 1 ir nuėjo į tašką 2, tada pasukusi į dešinę pasiekė tašką 3, suko į kairę ir ėjo iki 4, suko į dešinę ir ėjo iki taško 5 (neapsirikite: iš taško 4 į dešinę — tai žemyn į tašką 5, o ne aukštyn į tašką 2), iš taško 5 į kairę iki taško 6, nuo taško 6 į dešinę iki pradinio taško 1. Vadinasi, ji kol grįš iš kur išropojusi, nuropos 6 apskritimų ketvirtadalius.
Teisingas atsakymas **A**.



Galima pastebėti, kad po 3 ėjimų boružė atsiduria sviedinio centro atžvilgiu simetriškame taške ($1 \to 4$). Vadinasi, dar po 3 ėjimų ji atsidurs taške 1 ($4 \to 1$).

J19. Ⓒ 3

Pastebėkime, kad

$$\frac{2009}{2008} = 1 + \frac{1}{2008} > 1 + \frac{4}{10\,000} = 1{,}0004;$$
$$\frac{20\,009}{20\,008} = 1 + \frac{1}{20\,008} < 1 + \frac{5}{100\,000} = 1{,}00005.$$

Skaičius 1,0001 kaip tik mažesnis už 1,0004, bet didesnis už 1,00005. Jis juo labiau mažesnis už $\frac{2009}{2008}$ ir didesnis už $\frac{20009}{20008}$. Vadinasi, vietoj žvaigždutės reikia parašyti 3 nulius.
Teisingas atsakymas **C**.

Galima skaičiuoti ir dešimtainėmis trupmenomis.
$2009 : 2008 = 1{,}0004\ldots$; $20\,009 : 20\,008 = 1{,}00004\ldots$.
Skaičius 1,0001 mažesnis už pirmąjį skaičių, bet didesnis už antrąjį.

J20. Ⓒ $c < b < a$

Kadangi $b = 8^8 = 2^{24}$, tai $a > b$. Kadangi $b = 4^{12}$, o $3^{11} < 3^{12} < 4^{12}$, tai $c < b$. Vadinasi, $c < b < a$.
Teisingas atsakymas **C**.

J21. Ⓒ 64

Žr. Kadeto 22 uždavinio sprendimą.

J22. Ⓑ 763

Sudėto stačiakampio gretasienio tūris $V = abc = 2009$. Nustatykime gretasienio matmenis. Kadangi $2009 = 7 \cdot 287 = 7^2 \cdot 41$, tai iš 2009 galima sudėti tokius greatsienius: $1 \times 1 \times 2009$, $1 \times 7 \times 287$, $1 \times 41 \times 49$, $7 \times 7 \times 41$. Jų paviršiaus plotus apskaičiuojame pagal formulę $2(ab + ac + bc)$, ir jie atitinkamai lygūs $2(1 + 2009 + 2009) = 2 \cdot 4019 = 8038$, $2(7 + 287 + 2009) = 2 \cdot 2303 = 4606$, $2(41 + 49 + 2009) = 2 \cdot 2099 = 4198$, $2(49 + 287 + 287) = 2 \cdot 623 = 1246$. Kadangi kengūrėlei lipdukų, kurių bendras plotas 2009, užteko apklijuoti gretasienio paviršių, tai jos stačiakampis gretasienis buvo paskutinis, t. y. $7 \times 7 \times 41$. Kadangi jam apklijuoti prireikė 1246 lipdukų, tai liko $2009 - 1246 = 763$ lipdukai.
Teisingas atsakymas **B**.

J23. Ⓑ 14

! Robertas siekia, padėjęs kuo mažiau šaškių, gauti 8 skirtingas sumas. Natūralu pasistengti, kad tie skaičiai būtų mažiausi — 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Jų suma $0+1+2+\cdots+7=28$. Kadangi kiekviena šaškė stovi eilutėje ir stulpelyje, tai šaškių turi būti $28:2=14$. Jeigu skaičiai bus didesni, tai ir 14 šaškių neužteks. Vadinasi, jei pasisektų sugalvoti lentelę su 14 šaškių ir tokiomis sumomis, tai uždavinys būtų išspręstas.
Lentelę sugalvoti ne taip jau ir sudėtinga, pavyzdžiui, pavaizduotąją. Matome, kad visos 8 sumos skirtingos.
Teisingas atsakymas **B**.

			6	6
		4		4
	2	1		3
0			1	1
0	2	5	7	

J24. Ⓒ 8

? Jeigu vaisius sunumeruotume, turėtume skaičių 1, 2, 3, 4 eiles. Reikia surašyti kuo trumpesnę eilę, kurioje būtų visos 6 tų skaičių poros: 12, 13, 14, 23, 24, 34. Pabandę tučtuojau randame eilę 12341342, kurioje 8 skaičiai. Nepanašu, kad galėtų būti teisingi atsakymai **A** ir **B**.
Renkamės atsakymą **C**.

! Pabandykime nustatyti, kiek mažiausiai skaičių galėtų būti. Jeigu turime 6 skaičius, tai jie sudaro tik 5 poras (eilėje $abcdef$ yra tik poros ab, bc, cd, de, ef), taigi 6 skaičių tikrai netužtenka. Liko vienintelis klausimas: ar neužteks 7 skaičių? Atsakymas — ne.
Iš tikrųjų, kiekvienas skaičius turi būti eilėje bent 2 kartus — jeigu kuris būtų 1 kartą, tai įeitų daugiausiai į dvi poras. Vadinasi, mažiausiai reikia $4\cdot 2=8$ skaičių.
Teisingas atsakymas **C**.

J25. Ⓑ 8

! Tikrinkime pirmuosius n. Nesunku įsitikinti, kad n nuo 2 iki 7 netinka: išskaidę kiekvienus skliaustus $n^2-1=(n-1)\cdot(n+1)$, turime

$$1\cdot 3\cdot 2\cdot 4\cdot 3\cdot 5\cdot 4\cdot 6\cdot 5\cdot 7\cdot 6\cdot 8\cdot 7\cdot 9$$

ir matome, kad duotoji sndauga A_n, kai $n=2$ ir $n=3$ nėra kvadratas, nes daugiklis 3 įeina pirmuoju laipsniu. Sandauga, kai $n=4$ ir $n=5$, nėra kvadratas, nes į ją įeina 5^1. Kai $n=6$ ir $n=7$, trukdo 7^1. O įsitikinti, kad A_8 kvadratas, paprasta: joje visi dauginamieji, išskyrus 1, 2, 8, 9, įeina poromis, o sandauga $1\cdot 2\cdot 8\cdot 9=16\cdot 9$ taip pat kvadratas. Taigi mažiausias n, su kuriuo sandauga yra kvadratas, — tai $n=8$.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Sugaudyti poras labai lengva, jei pirmuosius kiekvienų skliaustų daugiklius surašysime į vieną eilutę, o antruosius — į kitą:

$$A(n)=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdots(n-2)\cdot(n-1)\times$$
$$\times\, 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdots(n-2)\cdot(n-1)\cdot n\cdot(n+1).$$

Be porų lieka tik daugikliai $1, 2, n, n+1$, taigi A_n bus kvadratas tik tada, kai $2n(n+1)$ bus kvadratas. Jau matėme, kad $n=8$ duoda kvadratą. Galima įdomumo dėlei patikrinti pasiūlytus atsakymuose $n=16$ ir $n=27$, bet jie neduoda kvadratų: $2\cdot 16\cdot 17$ turi daugiklį 17 be poros, $2\cdot 27\cdot 28$ — daugiklį 7 be poros. O gal daugiau tokių n ir nėra? Kompiuterininkai, kur jūs, aūū!

J26. Ⓒ 2
Žr. Kadeto 25 uždavinio sprendimą.

J27. (A) 121

? Sakykime, kad kengūra iš pradžių padarė 7 šuolius į dešinę ir 3 šuolius aukštyn, tada ji atsidūrė taške $(7, 3)$. Jeigu ji padarė 7 šuolius į dešinę ir jai dar liko 3 šuoliai vertikaliai (t. y. aukštyn ar žemyn) — kur ji gali atsidurti tada? Ji gali šokti 3 kartus aukštyn į tašką $(7, 3)$, bet gali ir 3 kartus – – žemyn ir atsidurti taške $(7, -3)$. Negana to, ji gali 2 kartus šokti aukštyn ir vieną žemyn ir atsidurti taške $(7, 1)$. Panašiai ji gali atsidurti taške $(7, -1)$.
Dabar jau skaičiuoti nebesunku: jeigu ji daro 6 šuolius į dešinę, tai galės atsidurti taškuose $(6, 4)$, $(6, 2)$, $(6, 0)$, $(6, -2)$, $(6, -4)$. Taigi jeigu kengūra daro

10	šuolių į dešinę, tai gali atsidurti	1 taške,
9	į dešinę, tai įmanomi	2 taškai,
8		3 taškai,
7		4 taškai,
6		5 taškai,
5		6 taškai,
4		7 taškai,
3		8 taškai,
2		9 taškai,
1		10 taškų,
0		11 taškų.

Lygiai taip pat skaičiuojame, jei kengūra pradeda šuoliais į kairę. Vadinasi, iš viso yra

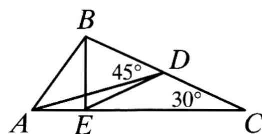
$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1 =$$
$$= (1+10)+(2+9)+\cdots+11 = 11\cdot 11 = 121$$

taškas.
Renkamės atsakymą **A**.

! Ar tikrai mes nustatėme visus taškus, kur gali pakliūti kengūra? — juk ji gali kaitalioti kryptį. Kaip ji galėjo atsidurti taške (x, y)? Sakykime, kad kengūra d kartų šoko į dešinę, k kartų šoko į kairę, a kartų šoko aukštyn ir z kartų šoko žemyn. Aišku, kad $x = d - k$, $y = a - z$. Pagal sąlygą ji atliko 10 šuolių, todėl $d+k+a+z = 10$. Vadinasi, $x+y = d-k+a-z = d+k+a+z-2(k+z) = 10 - 2(k+z)$. Iš šios lygybės galima padaryti tokią išvadą: koordinačių x ir y suma visada lyginė (ir mes galima patekti tik į „kas antrą" paveikslėlyje pavaizduoto kvadrato sveikąjį tašką). Be to, $|x| + |y| = |d-k| + |a-z| \leqslant d+k+a+z \leqslant 10$, ir mes būtinai pateksime į pavaizduotą kvadratą: jo krašto lygtis ir yra $|x| + |y| = 10$.
Iš to paties paveikslo matome, kad reikiami taškai kvadrate sudaro 11 eilučių po 11 taškų, taigi jų yra $11 \cdot 11 = 121$.
Teisingas atsakymas **A**.

!! Griežtai kalbant, dar reikia įrodyti, kad mes tikrai galime patekti į kiekvieną pavaizduoto kvadrato sveikąjį tašką (x, y), kur $x + y$ — lyginis skaičius. Parodykime, kaip tai galima padaryti. Iš pradžių keliaukime į horizontaliosios ašies tašką x (tam prireiks $|x|$ šuolių). Tada vertikaliąja tiese nusigaukime į tašką (x, y) (tam prireiks dar $|y|$ šuolių). Atsidūrėme reikalingame taške, bet gali atsitikti, kad padarėme per mažai šuolių. Tai lengvai pataisomas dalykas: galime per vienetinį atstumą šokti į bet kurią pusę ir grįžti atgal, kol „surinksime" 10 šuolių.

J28. Ⓑ 30°



! Kadangi $\angle BDA = 45°$, tai $\angle DAC + \angle DCA = 45°$, taigi $\angle DAC = 15°$.
Išveskime ΔABC aukštinę BE ir sujunkime E su D. ΔBEC statinis prieš 30° kampą $BE = \frac{1}{2}BC = BD$. Trikampio DBE kampas $DBE = 60°$, todėl ΔDBE lygiakraštis, $ED = DB = BE$. Bet $\angle EDA = \angle EDB - \angle ADB = 60° - 45° = 15°$, $AE = ED$. Tada $AE = EB$, todėl stačiojo trikampio AEB kampas $EAB = 45°$. Vadinasi, $\angle BAD = \angle BAE - \angle DAE = 45° - 15° = 30°$.
Teisingas atsakymas **B**.

J29. Ⓒ 8

! Aišku, kad jeigu dviejų skaičių suma yra kvadratas, tai bent vieną jų teks išbraukti. Poros 18, 27, 36, 45 duoda 9, poros 916, 1015, 1114, 1213 duoda 25, todėl iš kiekvienos teks išbraukti bent po skaičių. Be to, skaičiai porose įeina tik po 1 kartą, todėl mažiausiai teks išbraukti 8 skaičius. Pasirodo, kad to ir užtenka — nesunku nurodyti 8 skaičius, kurių jokie du sudėti neduoda kvadrato: 5, 6, 7, 8, 13, 14, 15, 16. Iš tikrųjų, sumų 4 ir 9 aiškiai negausime, o sumas 16 ir 25 galėjo duoti anksčiau išvardytos poros, bet jas visas sugadinome.
Teisingas atsakymas **C**.

J30. Ⓓ 9

! Vienaženklių pirminių yra keturi: 2, 3, 5, 7. Dviženkliai gali būti keistoki, jeigu sudaryti iš šitų skaitmenų (skaitmuo nesikartoja, nes tada dviženklis dalysis iš 11). Susirašykime visus tokius skaičius: 23, 25, 27, 32, 35, 37, 52, 53, 57, 72, 73, 75. Iš jų pirminiai tik 23, 37, 53, 73.
Kaip gali būti sudarytas triženklis pirminis? Nubraukus pirmą ar paskutinį skaitmenį, turi būti vienas iš keturių keistokų dviženklių, vadinasi, reikia bandyti prie kiekvieno iš jų prilipdyti po skaitmenį. Prie 23 iš priekio lipdyti negalima, nes nubraukus paskutinį skaitmenį gausime lyginį skaičių. Prirašyti 1 negalima (nubraukę pirmą skaitmenį, gausime nebe keistoką 31), prirašyti 3 negalima (nubraukus pirmą liks 33), prirašius 5 jis nebus pirminis, prirašius 7 — dalysis iš 3, prirašius 9 ir nubraukus 2, gausime 39.
Panašiai galima įsitikinti, kad netinka visi triženkliai skaičiai, išskyrus gal būt 373 (ar jis pirminis?). Užtenka patikrinti, ar 373 dalijasi iš pirminių 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. Nesunkiai įsitikiname, kad iš jų 373 nesidalija, taigi yra pirminis. Pasikartokime — jis keistokas, nes nubraukus tiek jo pirmą trejetą, tiek antrą, jis duoda keistokus pirminius. Dabar nesunku įsitikinti, kad keturženklių keistokų skaičių nėra.
Teisingas atsakymas **D**.

!! Pasirodo, perranką galima labai sutrumpinti. Žiūrėdami į keistokus dviženklius 23, 37, 53, 73, matome, kad triženkliame keistokame prieš 2 negali eiti joks skaitmuo, prieš 3 — tik skaitmenys 2, 5, 7, prieš 5 — joks skaitmuo, prieš 7 — tik 3. Kitaip sakant, reikia nagrinėti tik skaičius 237, 537, 737, 373. Po 3 gali eiti tik 7, po 7 — tik 3, ir reikia tirti skaičius 237 ir 373, kuriuos jau turėjome. Nubraukę jų pirmą ar paskutinį skaitmenį, gausime keistokus dviženklius, taigi reikia tik patikrinti, kurie iš to ketverto pirminiai. Bet 237 ir 537 dalijasi iš 3, o 737 — iš 11. Taigi liko tik pirminis keistokas 373.
Tarkime, kad radome keturženklį keistoką $\overline{abcd}$. Tada turi būti $\overline{bcd} = 373$ ir $\overline{abc} = 373$, o taip būti negali: iš pirmos lygybės $b = 3$, iš antros — $b = 7$. Taigi keturženklių, o tuo pačiu ir didesnių keistokų nėra.

SENJORAS (XI ir XII klasės)

S1. Ⓔ 100

! Dabar akvariume yra $200 \cdot 0{,}01 = 2$ mėlynos žuvytės. Kai jos sudarys 2% žuvyčių, tai akvariume bus $2 : 0{,}02 = 100$ žuvyčių. Vadinasi, iš akvariumo ištraukti reikia $200 - 100 = 100$ geltonų žuvyčių.
Teisingas atsakymas **E**.

S2. Ⓐ $\sqrt{2} - \sqrt{1}$

! Lengviausia skaičius palyginti parašius juos kitaip:

$$\sqrt{2} - \sqrt{1} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{1})(\sqrt{2} + \sqrt{1})}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} = \frac{2 - 1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}},$$
$$\sqrt{3} - \sqrt{2} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}},$$
$$\sqrt{4} - \sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}},$$
$$\sqrt{5} - \sqrt{4} = \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}},$$
$$\sqrt{6} - \sqrt{5} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{6}}.$$

Kadangi šių penkių skaičių skaitiklis vienetas, tai iš jų didžiausias bus, kurio vardiklis mažiausias. Bet

$$\sqrt{1} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{3} + \sqrt{4} < \sqrt{4} + \sqrt{5} < \sqrt{5} + \sqrt{6},$$

ir mažiausias vardiklis yra $\sqrt{1} + \sqrt{2}$. Taigi didžiausias skaičius yra $\sqrt{2} - \sqrt{1}$.
Teisingas atsakymas **A**.

!! Žinoma, uždavinį galima išspręsti skaičiuojant apytikriai, bet be skaičiuoklio tai sunkoka. Kadangi

$$14^2 = 196 < 200 < 225 = 15^2,$$
$$17^2 = 289 < 300 < 324 = 18^2,$$
$$22^2 = 484 < 500 < 529 = 23^2,$$
$$24^2 = 576 < 600 < 625 = 25^2,$$

tai $1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$, $1{,}7 < \sqrt{3} < 1{,}8$, $2{,}2 < \sqrt{5} < 2{,}3$, $2{,}4 < \sqrt{6} < 2{,}5$, ir $\sqrt{2} - \sqrt{1} > 1{,}4 - 1 > 0{,}4$, $\sqrt{3} - \sqrt{2} < 1{,}8 - 1{,}4 = 0{,}4$, $\sqrt{4} - \sqrt{3} < 2 - 1{,}7 = 0{,}3$, $\sqrt{5} - \sqrt{4} < 2{,}3 - 2 = 0{,}3$, $\sqrt{6} - \sqrt{5} < 2{,}5 - 2{,}2 = 0{,}3$. Pirmas skaičius didesnis už 0,4, kiti — mažesni. Vadinasi, didžiausias yra skaičius $\sqrt{2} - \sqrt{1}$.

!! Galima ir tiesiogiai įrodyti, kad kiekvienas iš nurodytų skaičių didesnis už sekantį (ekvivalenčiai pertvarkome nelygybes): $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} > \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}$, $2\sqrt{n+1} > \sqrt{n+2} + \sqrt{n}$, $4n + 4 > n + 2 + 2\sqrt{n(n+2)} + n$, $2n + 2 > 2\sqrt{n(n+2)}$, $n + 1 > \sqrt{n(n+2)}$, $n^2 + 2n + 1 > n^2 + 2n$. Matome, kiek daug lengvesnis pirmas būdas už antrą ir trečią. Beje, antrą būdą iš viso sunku būtų pritaikyti lyginant, pavyzdžiui, skaičius $\sqrt{2009} - \sqrt{2008}$ ir $\sqrt{2010} - \sqrt{2009}$.

S3. Ⓑ 1

Kadangi $n^2 + n = n(n+1)$, tai šis skaičius turi daliklius n ir $n+1$. Jeigu abu jie didesni už 1, tai skaičius $n(n+1)$ nėra pirminis, nes turi (be jo paties ir 1) dar daliklius: n ir $n+1$. Vadinasi, lieka vienintelį viltis $n = 1$, ir tada $n(n+1) = 1 \cdot 2 = 2$ yra pirminis.
Teisingas atsakymas **B**.

S4. Ⓒ 28,20 Lt

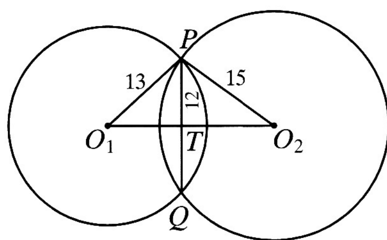
Kadangi mergaitės visko užsisakė vienodai, tai bendra sąskaita turi būti 3 kartus didesnė už vienos kurios. Kitaip sakant, sąskaita turi dalytis iš 3. Nurodytos sumos centais sudaro 3020, 2920, 2820, 2720, 2620. Iš šių skaičių tik trečiojo skaičiaus skaitmenų suma $2 + 8 + 2 + 0 = 12$ dalijasi iš 3. Vadinasi, sąskaitoje buvo parašyta 28,20 Lt.
Teisingas atsakymas **C**.

S5. Ⓒ 17

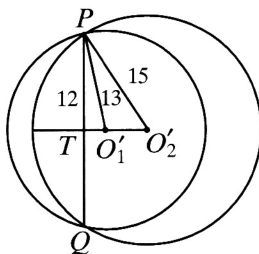
Žr. Kadeto 16 uždavinio sprendimą.

S6. Ⓓ 4

Pasidarykime brėžinį (žr. 1 pav.). Pagal Pitagoro teoremą $O_1T^2 = O_1P^2 - PT^2 = 13^2 - 12^2 = 25 \cdot 1$, $O_1T = 5$. Lygiai taip pat $O_2T^2 = 15^2 - 12^2 = 27 \cdot 3$, $O_2T = 9$. Vadinasi, atstumas tarp centrų yra $O_1O_2 = O_1T + TO_2 = 5 + 9 = 14$. Kadangi skaičiaus 14 atsakymuose nėra, tai lieka atsakymas **E**.



1 pav.



2 pav.

Renkamės atsakymą **E**.

Atsakymą **E** pasirinko absoliuti dauguma sprendusiųjų. Ir vis dėlto atsakymas **E** neteisingas. Geometrijoje labai dažnai pasitaiko skirtingos brėžinio konfigūracijos. 1 pav. apskritimų centrai yra į skirtingas puses nuo tiesės PQ. Bet iš sąlygos neišplaukia, kad taip ir turi būti — o gal jie abu į vieną pusę nuo PQ? Vadinasi, būtina išnagrinėti abu atvejus. Perverskime skritulį O_1 per tiesę PQ. Gausime 2 pav. Dabar atstumas trap centrų lygus atkarpų O_2T ir $O_1'T$ skirtumui:

$$O_1'O_2 = O_2T - O_1'T = 9 - 5 = 4.$$

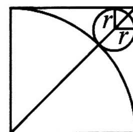
Vadinasi, atstumas tarp centrų gali būti 14 arba 4. O atsakymas 4 yra tarp duotųjų.
Teisingas atsakymas **D**.

S7. Ⓓ 7

Iš viso yra $2 + 3 + 4 = 9$ kojinės, vadinasi, prakiurusių yra 3. Nesunku įsitikinti, kad 6 kojinių gali neužtekti: jeigu Deodatas ištrauks 3 raudonas prakiurusias ir 3 skirtingų spalvų neprakiurusias kojines, tai norimos poros nebus. O štai 7 kojinių užteks. Iš tikrųjų, kadangi 3 kojinės prakiurusios, tai jis išsitraukė ne mažiau kaip 4 neprakiurusias kojines. Bet kojinės tik 3 spalvų, todėl atsiras bent 2 vienos spalvos kojinės.
Teisingas atsakymas **D**.

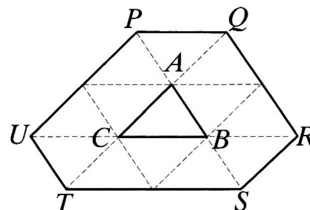
S8. Ⓔ $(1-\sqrt{2})^2$

! Kadangi kvadrato kraštinė lygi 1, tai ir didesniojo apskritimo spindulys lygus 1. Išvedus mažojo apskritimo spindulius r, lygiagrečius didžiojo apskritimo spinduliams, pagal Pitagoro teoremą $1^2+1^2=(1+r+r\sqrt{2})^2$, $r\sqrt{2}+r+1=\sqrt{2}$, $r=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=(\sqrt{2}-1)^2$.
Teisingas atsakymas **E**.



S9. Ⓓ 13

! Trikampio BUP plotas lygus 4, kadangi jo kraštinės dukart didesnės už ΔABC. Vadinasi, trapecijos $UCAP$ plotas lygus 3. Tokie pat ir trapecijų $QABR$ ir $SBCT$ plotai. Šešiakampį $PQRSTU$ sudaro minėtos trys trapecijos ir 4 lygūs trikampiai, todėl jo plotas lygus $3\cdot 3+4\cdot 1=13$.
Teisingas atsakymas **D**.

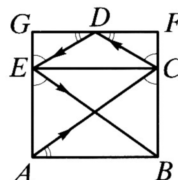


!! Per trikampio ABC kiekvieną viršūnę veskime tiesę, lygiagrečią priešingai kraštinei. Tada šešiakampis bus padalyta į 13 lygių trikampių. Vadinasi, jo plotas lygus $13\cdot 1=13$.

S10. Ⓓ Tik c arba d
Žr. Kadeto 18 uždavinio sprendimą.

S11. Ⓑ $2\sqrt{13}$

? Pažymėkime rutulio atsimušimo taškus C, D ir E, o kvadrato viršūnes F ir G kaip paveikslėlyje. Iš simetrijos aišku, kad $DF=1$. Statieji trikampiai ACB ir DCF panašūs, nes kritimo ir atšokimo kampai lygūs: $\angle ACB=\angle FCD$. Pažymėkime $BC=x$, tada $CF=2-x$. Minėtų trikampių kraštinės proporcingos, taigi $x:2=(2-x):1$. Iš čia $x=\frac{4}{3}$. Bet dėl trikampių panašumo $DC=\frac{1}{2}AC$, o kadangi $DE=DC$, $EB=AC$, tai rutulio kelias $AC+CD+DE+EB=AC+\frac{1}{2}AC+\frac{1}{2}AC+AC=3AC$. Įžambinė $AC=\sqrt{4+x^2}=\sqrt{4+\frac{16}{9}}$, todėl rutulio kelias $3AC=3\sqrt{4+\frac{16}{9}}=2\sqrt{13}$.
Renkamės atsakymą **B**.



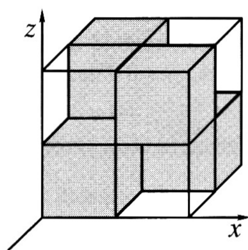
! Įrodykime teiginius, kuriais rėmėmės sprendime ?. Imkime stačiųjų trikampių eilę: ABC, CFD, DGE, EAB. Kadangi gretimų trikampių pora turi po lygų smailųjį kampą, tai lygūs visi jų kampai. Vadinasi, $\Delta ABC=\Delta BAE$ pagal bendrą statinį ir du kampus prie jo. Todėl $EA=BC=x$, ir $EABC$ — stačiakampis. Bet $CF=2-x=GE$, taigi $\Delta DGE=\Delta DFC$, ir $DF=GD=1$. Dabar skaičiuojame kaip jau nurodyta.
Teisingas atsakymas **B**.

S12. Ⓑ 1001

! Kadangi bet kurios dvi šviesios kengūros aukštesnės už skirtingą tamsių kengūrų skaičių, tai tarp šviesių kengūrų nėra vienodo ūgio kengūrų. Išrikiuokime jas iš kairės į dešinę pagal ūgį didėjimo tvarka: $a_1<a_2<\cdots<a_{n-1}<a_n$. Dabar į tą pačią eilę pastatykime pagal ūgį ir tamsias kengūras. Pagal sąlygą į kairę nuo kengūros a_1 stovi 8 tamsios kengūros, tarp kiekvienų gretimų šviesių kengūrų stovės 1 tamsi kengūra, o į dešinę nuo kengūros a_n tamsių kengūrų nebus. taigi iš viso yra $n+n-1+8=2009$ kengūros, ir $2n=2002$, $n=1001$.
Teisingas atsakymas **B**.

S13. Ⓑ 9

! Žymėkime kubelius trimis koordinatėmis — kitaip sakant, žymėkime kubelį pagal jo dešinės užpakalinės viršutinės viršūnės koordinatę. Tada paveikslėlio nepermatomi kubeliai yra (1, 1, 1), (2, 2, 1), (2, 1, 2). Kai žiūrime į kubą, pavyzdžiui, iš viršaus, matysime tą patį vaizdą, kaip ir suprojektavus kubą į plokštumą xOy. Gausime kvadratėlius (1, 1), (2, 2), (1, 2), (2, 1), dengiančius visą kvadratą 2×2. Lygiai taip pat turime gauti juodą kvadratą atsisakę antros koordinatės (t. y. suprojektavę į plokštumą xOz) ir suprojektavę į plokštumą yOz. Ir iš tikrųjų, plokštumoje xOz gauname kvadratėlius (1, 1), (2, 1), (1, 2), (2, 2), dengiančius visą kvadratą 2×2. Plokštumoje yOz turime kvadratėlius (1, 1), (2, 1), (2, 2), (1, 2) — vėl kvadratas 2×2 uždengtas. Dabar aišku, kad nepermatomo kubo $3 \times 3 \times 3$ atveju turi būti uždengtas kvadratas 3×3. Vadinasi, reikia tikrai ne mažiau kaip 9 kubelių. Pasirodo, tiek jų užtenka: nesunkiai galime sugalvoti kubelių komplektą (1, 1, 1), (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 2, 2), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1), (3, 3, 3) ir įsitikinti, kad suprojektavus į bet kurią plokštumą kvadratas 3×3 bus uždengtas.



Teisingas atsakymas **B**.

S14. Ⓒ 13

Žr. Kadeto 15 uždavinio sprendimą.

S15. Ⓔ 5

! Pertvarkykime duotąjį skaičių:

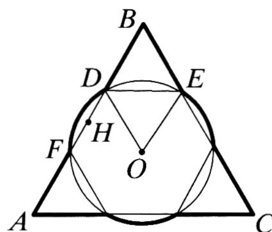
$$(2009^2 - 2008^2) + (2007^2 - 2006^2) + \cdots + (3^2 - 2^2) + 1 =$$
$$= (2009 - 2008)(2009 + 2008) + (2007 - 2006)(2007 + 2006) + \cdots + (3 - 2)(3 + 2) + 1 =$$
$$= 2009 + 2008 + 2007 + 2006 + \cdots + 3 + 2 + 1 =$$
$$= (2009 + 1) + (2008 + 1) + \cdots + (1006 + 1004) + 1005.$$

Kadangi kiekvienuose skliaustuose suma baigiasi nuliu, tai viską lemia 1005, ir paskutinis rezulatto skaitmuo yra 5.

Teisingas atsakymas **E**.

S16. Ⓑ $6 + \pi$

? Sąlygos brėžinį truputį papildykime — trikampio viršūnes pažymėkime A, B, C, skritulio centrą O, artimiausius viršūnei B apskritimo ir trikampio kraštinių taškus D ir E. Sujunkime D su O ir E, O su E. Iš brėžinio panašu (nelabai aišku — kodėl?), kad $\angle DOE = 60^\circ$. Bet ΔODE lygiašonis, $OD = OE = 1$, jo kampai $\angle D$ ir $\angle E$ lygūs po $(180^\circ - 60^\circ) : 2 = 60^\circ$, taigi jis lygiakraštis, ir $DE = 1$. Trikampis DBE taip pat lygiakraštis, $DB = 1$. Bet tada ir $AF = 1$, ir $FD = AB - AF - DB = 3 - 1 - 1 = 1$.



Vadinasi, ΔDOF taip pat lygiakraštis, ir $\angle DOF = 60^\circ$. Matome, kad apskritimo spinduliai, jungiantys centrą su 6 susikirtimo su trikampiu taškais, dalija apskritimą į 6 lygius lankus. Iš jų 3 priklauso mūsų figūrai, o jų bendras ilgis — pusė apskritimo ilgio, $2\pi \cdot \frac{1}{2} = \pi$. Į figūrą įeina dar 6 vienetinės atkarpos, taigi ieškomasis perimetras lygus $6 + \pi$.

Renkamės atsakymą **B**.

?? Sprendimas **?** — tai tiesiog spėjimas (tiesa, užteko spėti, kad $\angle DOE = 60^\circ$, o toliau viskas jau griežta).

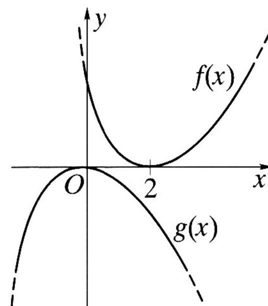
Remkimės tuo, kad remiantis konkurso sąlygomis tik vienas atsakymas teisingas. Tai reiškia, kad mums užtenka rasti bent vieną konfigūraciją, tenkinančią uždavinio sąlygas, ir gautas atsakymas ir

bus tas vienintelis.
Brėžkime spindulio 1 apskritimą, į jį įbrėžkime taisyklingąjį šešiakampį, o šio kraštines pratęskime iki susikirs. Štai ir gavome tą konfigūraciją, kuri neabejotinai tenkina visas uždavinio sąlygas. Kadangi gautos figūros perimetras yra $6+\pi$, tai konkurso taisyklės garantuoja, kad tai visada (t. y. net jei yra kitų konfigūracijų) teisingas atsakymas.

! „Kengūriškai“ uždavinį jau išsprendėme, ir to visiškai užtenka dalyvaujant konkurse. Vis dėlto norėtusi išspręsti uždavinį „kaip matematikoje“ — nežiūrint į atsakymą ir ištiriant visus galimus atvejus (jeigu jų yra daugiau; prisiminkime Senjoro 6 uždavinį).
Tiesiogiai įrodyti, kad $\angle DOE = 60°$, sunku. Pasirodo, kad paprasčiausia tiesiog apskaičiuoti stygos DF ilgį. Nuleiskime statmenį OH į FD. OH yra ΔABC aukštinės trečdalis, taigi $OH = \frac{1}{3}\cdot CH = \frac{1}{3}\cdot BC\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, ir pagal Pitagoro teoremą $DH^2 = DO^2 - OH^2 = 1^2 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$, $DH = \frac{1}{2}$, $FD = 1$. Dabar jau viskas aišku: $DB = FA = (3-1) : 2 = 1$, $DE = 1$, ir gauname į apskritimą įbrėžtą taisyklingąjį šešiakampį.
Teisingas atsakymas **B**.

S17. Ⓑ $g(x-2) = -f(x)$

! Matome, kad jeigu grafiką $y = g(x)$ pastumsime per 2 vienetus į dešinę ir apversime (atspindėsime Ox ašies atžvilgiu), tai gausime $f(x)$. Stumiame grafiką $y = g(x)$ į dešinę — tada jo lygtis bus $y = g(x-2)$. Apversime gautą grafiką — tada jo lygtis bus $y = -g(x-2)$. Kadangi jis sutampa su grafiku $y = f(x)$, tai $-g(x-2) = f(x)$. Matome, kad šioje lygybėje pakeitę ženklus turime lygybę **B**, Kiti atsakymai netinka: **A** (pakeiskite x į $x-2$) reiškia $f(x) = g(x-2)$, **C** (pakeiskite x į $-x+2$) reiškia $f(x) = -g(x+2)$, **D** (pakeiskite x į $-x-2$) reiškia $f(x) = -g(x+2)$, **E** (pakeiskite x į $-x$) reiškia $f(x) = g(x+2)$.
Teisingas atsakymas **B**.



!! Pasirodo, viskas priklauso nuo funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ bei jų apytikslių grafikų. Sakykime, kad $f(x) = 0$ ir $g(x) = 0$ (t. y. grafikai yra tiesės $y = 0$). Tada visos 5 atsakymų lygybės teisingos: $0 = 0$. Tiesa, duoti grafikai visai nepanašūs į tiesę.
Pasižiūrėjus į grafikus, krenta į akis, kad $f(x)$ grafikas į viršų nuo ašies Ox, o $g(x)$ — į apačią. Kitaip sakant, $f(x)$ reikšmės teigiamos (tiksliau — neneigiamos), o $g(x)$ reikšmės — neteigiamos. Todėl iš karto atkrenta atsakymai **A** ir **E**.
Kada gi gali sutapti atsakymai **B** ir **C**, t. y. kada $-g(x-2) = -g(-x+2)$, t. y. $g(x-2) = g(-x+2)$? Pakeitę x į $x+2$ turime $g(x) = g(-x)$. Kokios funkcijos tenkina tokią lygybę? Visos lyginės, t. y. simetriškos ašies Oy atžvilgiu. Tiesa, grafikus stumdėme ir vartėme, bet vistiek simetrija kokios nors vertikalios ašies atžvilgiu išliks. Matome, kad $g(x)$ grafikas nėra simetriškas. Būtų kas kita, jei tas grafikas būtų parabolė, bet taip nėra.
Kada gali sutapti **B** ir **D**, t. y. $-g(x-2) = -g(x+2)$, $g(x-2) = g(x+2)$. Pakeiskime x į $x+2$, tada $g(x) = g(x+4)$. Tai periodinė funkcija, kurios periodas 4. Nupiešti tokius grafikus labai paprasta: piešiame bet kokį grafiką intervale $[0; 4)$, o tada piešinį dubliuojame stumdami į kairę ir į dešinę. Beje, galima ir formule užrašyti tokių funkcijų: $y = \sin\frac{\pi x}{2}$, $y = \cos\frac{\pi x}{2}$ ir t. t. Iš tikrųjų, funkcijos $f(x) = \sin\frac{\pi x}{2}$ periodas yra 4:

$$f(x+4) = \sin\frac{\pi(x+4)}{2} = \sin\left(\frac{\pi x}{2} + 2\pi\right) = \sin\frac{\pi x}{2} = f(x).$$

Vis dėlto mūsų $g(x)$, kaip matome, nėra periodinė.
O gal gali sutapti (taigi būti teisingi) visi 3 atsakymai **B**, **C** ir **D**, t. y. būti

$$-g(x-2) = -g(-x+2) = -g(x+2)?$$

Tada pakeitus ženklus, o x pakeitus į $x+2$ bus

$$g(x) = g(-x) = g(x+4).$$

Vadinasi, $g(x)$ turi būti lyginė ir periodinė. Nupiešti tokių funkcijų vėl nesunku: piešiame bet kokį grafiką intervale $[0; 2]$, o tada intervale $[-2; 0]$ piešiame kreivę, simetrišką ašies Oy atžvilgiu jau nupieštam gabalui. Turime funkciją, lyginę intervale $[-2; 2]$. Dabar ją pratęsiame į kairę ir į dešinę, ir gausime lyginę periodinę funkciją. Tokia būtų funkcija $y = |\sin \frac{\pi}{2}|$ ir pan.

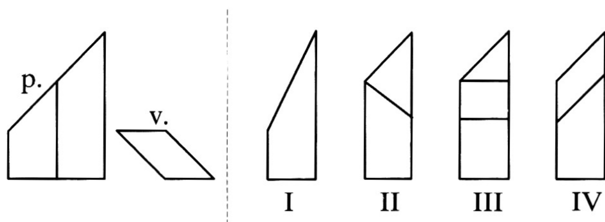
S18. Ⓓ 25

? Pirmo uždavinio neišsprendė 10 dalyvių, antro — 15, trečio — 20, ketvirto — 30. Jei jokie 2 iš tų dalyvių nesutampa, tai tada kurio nors uždavinio neišsprendusių būtų $10+15+20+30=75$ (jeigu kuris nors dalyvis būtų keliose grupėse, t. y. būtų neišsprendęs bent dviejų uždavinių, tai ko nors neišsprendusių būtų mažiau negu 75). Vadinasi, tikrai yra bent 25 dalyviai, kurie išsprendė visus uždavinius.
Renkamės atsakymą **D**.

! O gal vis dėlto mažiausiai išsprendusių viską gali būti, sakysime, 30, o ne 25? Kitaip sakant, būtina nurodyti pavyzdį, kai viską išsprendusių yra lygiai 25.
Sunumeruokime dalyvius skaičiais nuo 1 iki 100. Sakykime, kad pirmo uždavinio neišsprendė numeriai 1–10 , antro — numeriai 11–25, trečio — numeriai 26–45, ketvirto — numeriai 46–75, bet visus kitus uždavinius jie išsprendė. Tada pirmą uždavinį išsprendė 11–100 numeriai (90 dalyvių), antrą — 1–10 ir 26–100 ($10+75=85$ dalyviai), treečią — 1–25 ir 46–100 ($25+55=80$ dalyvių), ketvirtą — 1–45 ir 76–100 ($45+25=70$ dalyvių). Taigi mūsų nurodyta 100 dalyvių grupė tenkina visas uždavinio sąlygas, ir joje yra 25 dalyviai, išsprendę visus uždavinius (numeriai 76–100). Kadangi jau anksčiau įsitikinome, kad mažiau nei 25 viską išsprendusių būti negali, tai 25 ir yra mažiausias galimas jų skaičius.
Teisingas atsakymas **D**.

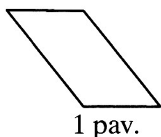
S19. Ⓓ IV

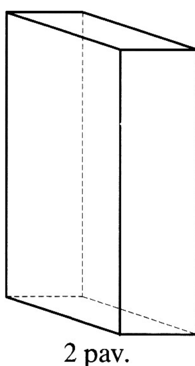
! Labai lengva įsivaizduoti kūną, kuris iš viršaus atrodo, kaip pavaizduota 1 pav. — tai pavyzdžiui, statusis gretasienis (tik ne stačiakampis gretasienis), kurio pagrindas — lygiagretainis (2 pav.). Iš priekio jis atrodo kaip 3 pav.

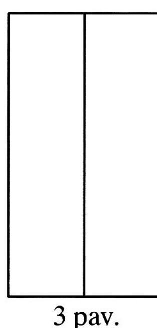


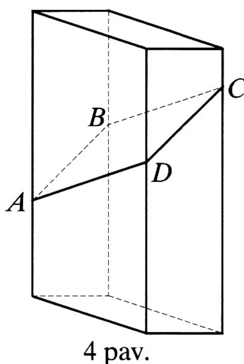
O dabar nukirskime plokštuma to gretasienio viršų (4 pav.), kad gautume tokį vaizdą iš priekio, kaip 5 pav. Kadangi lygiagrečias sienas kertant plokštuma susikirtimo linijos lygiagrečios, tai pjūvyje (viršutinėje sienoje) gauname lygiagretainį ($ABCD$). Tada vaizdas iš kairės bus kaip 6 pav. (5 ir

6 pav. sužymėtos atitinkamos raidės).

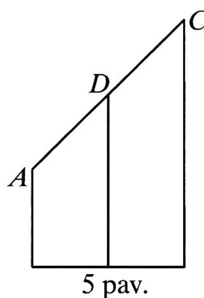

1 pav.


2 pav.

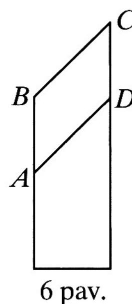

3 pav.



4 pav.



5 pav.



6 pav.

Vadinasi, teisingas atsakymas **D**.

S20. Ⓓ 55

? Pasižymėkime užtušuoto langelio skaičių $a_{11} = x$, centrinio langelio skaičių $a_{22} = y$ (1 pav.). Dabar skaičiuokime, kas stovi kitur. Kadangi langelis a_{33} yra bendras įstrižainei ir 3 stulpeliui, tai $a_{13} = a_{11} + a_{22} - a_{23} = x + y - 47$. Langelis a_{12} bendras I eilutei ir II stulpeliui, todėl $x + x + y - 47 = y + 63$, $2x = 110$, $x = 55$.
Teisingas atsakymas **D**.

x		$x+y-47$
	y	47
	63	

1 pav.

55		$y+8$
	y	47
	63	

2 pav.

! Iš tikrųjų uždavinys dar neišspręstas — o gal tokios lentelės iš viso nėra ir mes samprotaujame apie neįmanomus dalykus (be to, jeigu atsakymas **E** būtų toks: Tokios lentelės nėra — tada iš viso reikėtų rinktis iš atsakymų **D** ir **E**). Baikime pildyti lentelę.
Įrašę į lentelę $x = 55$, jau turime užpildę tiek (2 pav.). Kadangi a_{33} bendras III eilutei ir III stulpeliui, tai $a_{31} = 47$ t. y. $8 - 53 = y - 8$. Panašiai a_{21} I stulpeliui ir įstrižainei, $a_{21} = y + y + 8 - 55$. Antros

eilutės suma $2y-47+y+47=3y$, taigi tokios pat ir kitos 7 sumos. Todėl $a_{12}=3y-55-y-8=2y-63$, $a_{33}=3y-y-8-47=2y-55$. Gavome lentelę (3 pav.):

55	$2y-63$	$y+8$
$2y-47$	y	47
$y-8$	63	$2y-55$

3 pav.

55	1	40
17	32	47
24	63	9

4 pav.

Patikriname — visos 5 sumos lygios $3y$, kad ir koks būtų y. Taigi lentelių yra be galo daug, bet užtušuotuose langeliuose būtinai bus 55. Jei norime gauti konkrečią lentelę su nedideliais natūraliaisiais skaičiais, galime imti $y=32$. Gausime 4 pav. pavaizduotą lentelę.
Teisingas atsakymas **D**.

S21. Ⓓ 4 min 48 s

! Sakykime, kad B apibėga ratą per x minučių. Tada per vieną minutę A nubėga $\frac{1}{3}$ rato, o B — $\frac{1}{x}$ rato. Pet 1 minutę A aplenkia bėgiką B $(\frac{1}{3}-\frac{1}{x})$ rato. Per 8 minutes jis B aplenks 1 ratu, todėl

$$\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{x}\right)\cdot 8=1,\quad \frac{1}{3}-\frac{1}{x}=\frac{1}{8},\quad \frac{1}{x}=\frac{1}{3}-\frac{1}{8}=\frac{5}{24},\quad x=\frac{24}{5}\text{ min}=4\text{ min }48\text{ s}.$$

Teisingas atsakymas **D**.

S22. Ⓒ $\frac{m}{9}$

! Visų nelygių nuliui skaitmenų suma yra $1+2+\dots+8+9=(1+9)+(2+8)+(3+7)+(4+6)+5=45$, todėl aštuonženklio skaičiaus dalumas priklauso nuo 9: jeigu skaitmuo 9 jame yra, tai išmestas skaičius, nedalus iš 9, ir likusių suma bus nedali iš 9; jeigu skaitmens 9 nėra, tai skaitmenų suma (taigi ir pats skaičius) dalijasi iš 9.
Sudaryti visus aštuonženklius skaičius iš skirtingų skaitmenų galima taip: į pirmą vietą statome bet kurį iš 9 skaitmenų, į antrą vietą — bet kurį iš 8 likusių, ..., į paskutinę (aštuntą) vietą — bet kurį iš 2 likusių. Remiantis sandaugos taisykle $m=9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2$.
Sudaryti visus aštuonženklius, dalius iš 9, galima taip: į pirmą vietą statyti bet kurį iš 8 skaitmenų (devynetas išmestas), į antrą vietą — bet kurį iš 7 likusių, ..., į 7 vietą — bet kurį iš 2 likusių, į 8 vietą — likusį skaitmenį. Remiantis sandaugos taisykle, tai padaryti galima $8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$ būdų. Matome, kad šis skaičius 9 kartus mažesnis už m, t. y. lygus $\frac{m}{9}$.
Teisingas atsakymas **C**.

!! Uždavinį galima išspręsti ir neapskaičiavus, kiek yra reikiamų aštuonženklių ir kiek iš jų dalijasi iš 9.
Imkime bet kurį skaičių, dalų iš 9 — jis sudarytas iš skaitmenų $1,2,\dots,7,8$. Jam priskirkime 8 skaičius, kuriuos galima gauti pakeitus kurį vieną jo skaitmenį devynetu — kiekvienas jų nebesidalija iš 9. Atvirkščiai, jeigu turime 8-ženklį skaičių, nedalų iš 9, tai jame yra devynetas. Vietoj devyneto parašykime skaitmenį, kurio nėra skaičiuje. Dabar imkime visus aštuonis skaičius (tarp jų ir pradinį), kuriuos gauname vieną skaitmenį pakeitę 9. Šitam nedalių iš 9 skaičių aštuntukui priskirtume tą skaičių be devyneto.
Nustatėme vadinamamąją abipusiškai vienareikšmę atitiktį — kiekvieną dalų iš 9 atitinka nedalių skaičių aštuonetas, ir kiekvieną tokį aštuonetą atitinka vienas dalusis 8-ženklis skaičius. Tai reiškia, kad dalių iš 9 skaičių yra 8 kartus daugiau, nei nedalių. Kitais žodžiais, nedalūs iš 9 skaičiai sudaro devintadalį visų 8-ženklių skaičių, užrašomų skirtingais nenuliniais skaitmenimis.

S23. Ⓒ 64
Žr. Kadeto 22 uždavinio sprendimą.

S24. Ⓑ 2

? Pažymėkime mažiausią kampą x, tada kiti kampai $2x, 3x, \dots, nx$. Jų suma lygi $180°(n-2)$, taigi

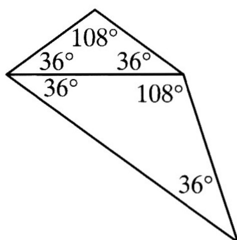
$$x + 2x + \cdots + nx = 180°(n-2), \qquad \frac{n(n+1)}{2}x = 180°(n-2).$$

Didžiausias kampas nx turi būti mažesnis už 180°, taigi

$$nx = \frac{2 \cdot 180°(n-2)}{n+1} < 180°, \quad 2n - 4 < n + 1, \quad n < 5,$$

t. y. $n = 3$ arba $n = 4$.
Renkamės atsakymą **B**.

! Iš tikrųjų net kengūriškam atsakymui gauti reikia patikrinti, ar tokie daugiakampiai tikrai egzistuoja (mes įrodėme tik tiek: jeigu tokių daugiakampių ir yra, tai jie gali būti tik trikampiai ar keturkampiai). Trikampio atveju jo kampai būtų 30°, 60° ir 90°. Puikiai žinome, kad toks trikampis egzistuoja.
Keturkampio atveju jo kampai turi būti $4x = 144°$, $3x = 108°$, $2x = 72°$, $x = 36°$. Nubraižyti tokį keturkampį paprasta. Braižome lygiašonį trikampį, kurio kampai 108°, 36°, 36°, o prie jo priklijuojame kitą, didesnį trikampį su tokiais pat kampais. Šie trikampiai sudaro reikiamą keturkampį.



Teisingas atsakymas **B**.

!! Beje, mums nė neprireikė išlygos, kad kampus galima imti bet kuria tvarka — sąlygoje galima tuos žodžius praleisti.

S25. Ⓑ 9

! Tarkime, kad duota spręsti n uždavinių. Suskaičiuokime, kiek tada gali būti skirtingų įvertinimų. Jeigu pliusų mokinys surinko 0 (t. y. pliusų neturi), tai minusų jis gali gauti $0, 1, 2, \dots, n$ (nulių skaičių apsprendžia pliusų ir minusų skaičius, nes pliusų, minusų ir nulių skaičių suma lygi n). Vadinasi čia turime $n+1$ galimybę.
Jeigu pliusų 1, tai minusų $0, 1, 2, \dots, n-1$, — iš viso n reikšmių.
Jeigu pliusų 2, tai minusų $0, 1, 2 \dots, n-2$, taigi $n-1$ reikšmė.
...
Jeigu pliusų $n-1$, tai minusų 0 arba 1, taigi 2 reikšmės.
Jeigu pliusų n, tai minusų 0, taigi 1 reikšmė.
Vadinasi, iš viso yra

$$(n+1) + n + (n-1) + \cdots + 2 + 1 = \frac{(n+1)(n+2)}{2} \text{ galimybių.}$$

Kadangi mokinių buvo 55 ir jie pasinaudojo skirtingomis galimybėmis, tai galimybių buvo $\geqslant 55$, t. y. $\frac{(n+1)(n+2)}{2} \geqslant 55$, arba $(n+1)(n+2) \geqslant 110 = 10 \cdot 11$. Todėl $n+1 \geqslant 10$, arba $n \geqslant 9$.
Vadinasi, olimpiadoje buvo duota ne mažiau kaip 9 uždaviniai, taigi mažiausias galimas jų skaičius yra 9.
Teisingas atsakymas **B**.

S26. Ⓐ $8+\sqrt{2}$

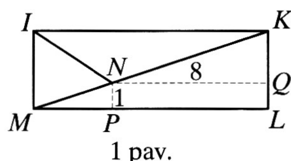
! Pažymėkime $MP = x$ (žr. 1 pav.). Viena vertus, iš trikampių MNP ir NKQ panašumo

$$\frac{MN}{NK} = \frac{MP}{NQ} = \frac{x}{8}.$$

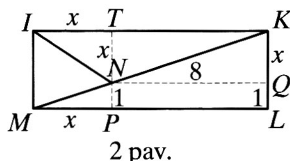
Kita vertus, iš ΔMIK pusiaukampinės savybės ir ΔKLM ir ΔNPM panašumo

$$\frac{MN}{NK} = \frac{MI}{IK} = \frac{KL}{LM} = \frac{NP}{MP} = \frac{1}{x}.$$

Taigi $\frac{x}{8} = \frac{1}{x}$, $x = 2\sqrt{2}$, ir ML ilgis lygus $8 + 2\sqrt{2}$.



1 pav.



2 pav.

Teisingas atsakymas **A**.

!! Galima nesiremti pusiaukampinės savybe. Pratęskime PN iki taško T (2 pav.). Kadangi $\angle TIN = 45° = \angle INT$, tai $NT = IT = x$, $KQ = x$. Iš trikampių KLM ir NPM panašumo

$$\frac{x+1}{1} = \frac{x+8}{x}, \qquad x^2 = 8, \quad x = 2\sqrt{2}.$$

S27. Ⓑ 2

! Iš sąlygos $a = k(b+c)$, $b = k(a+c)$, $c = k(a+b)$. Sudedame: $a+b+c = k(2a+2b+2c)$. Jei $a+b+c \neq 0$, tai $2k = 1$, $k = \frac{1}{2}$. Jei $a+b+c = 0$, tai $a+b = -c$, $a+c = -b$, $b+c = -a$. Iš sąlygos $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ (jeigu, pavyzdžiui, $a = 0$, tai $b+c = 0$, ir sąlyga neturi prasmės), todėl $k = \frac{a}{-a} = \frac{b}{-b} = \frac{c}{-c}$, t. y. $k = -1$. Patikriname, ar tikrai abi reikšmės $k = \frac{1}{2}$ ir $k = -1$ įgyjamos. Pavyzdžiui, kai $a = b = c = 1$, turime $k = \frac{1}{2}$. Kai $a = b = 1$, $c = -2$, turime $k = \frac{1}{-1} = \frac{1}{-1} = \frac{-2}{1+1}$, t. y. $k = -1$.
Teisingas atsakymas **B**.

S28. Ⓒ 33

! Sakykime, kad mums jau pavyko suskirstyti skaičius į n grupių. Grupėje nėra dviejų skaičių, dalių iš 3, — jų suma dalytųsi iš 3. Kadangi iš 99 skaičių kas trečias dalijasi iš 3, tai dalių iš 3 yra 33. Vadinasi, ir grupių ne mažiau kaip 33.
Parodysime pavyzdžiu, kaip galima skaičius suskirstyti į 33 grupes. Suskirstykime juos iš pradžių į devynetą ir 15 šešetukų: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ir $\{6k-2, 6k-1, 6k, 6k+1, 6k+2, 6k+3\}$, $k = 2, 3, \ldots, 16$. Kiekvieną šešetuką perskeliame į du trejetukus: $\{6k-2, 6k, 6k+1\}$ ir $\{6k-1, 6k+2, 6k+3\}$. Matome, kad dviejų vieno trejetuko skaičių jokia suma nesidalija iš 3.
Dar reikia $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ suskirstyti į 3 grupes. Tai galima padaryti, pavyzdžiui, taip: $\{1, 3, 4\}$, $\{2, 5, 6, 8\}$, $\{7, 9\}$. Beje, antroje grupėje trijų skaičių suma $2+5+8 = 15$ dalijasi iš 3, bet sąlyga to nedraudžia.
Teisingas atsakymas **C**.

S29. Ⓓ 9
Žr. Kadeto 29 uždavinio sprendimą.

S30. Ⓑ 1

? Pabandome skaičiuoti sekos narius: $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, $a_2 = a_0 + a_1^2 = 1 + 2^2 = 5$, $a_3 = a_1 + a_2^2 = 2 + 5^2 = 27$, $a_4 = a_2 + a_3^2 = 5 + 27^2 = 734$, $a_5 = a_3 + a_4^2 = 27 + 734^2$. Matome, kad sekos nariai per dideli, ir mums lieka vienintelė viltis: gal skaičiuojant visus skaičius galima keisti jų dalybos iš 7 liekana?
Raskime pirmųjų sekos narių liekanas (ženklas $\equiv$ čia ir toliau reiškia, kad kai reikia atmetame skaičiaus 7 kartotinius): $a_0 \equiv 1$, $a_1 \equiv 2$, $a_2 \equiv 5$, $a_3 \equiv 6$, $a_4 \equiv 6$. Matome, kad bent jau skaičiuojant nario 4 liekaną taip elgtis galima:

$$a_4 \equiv a_2 + a_3^2 \equiv 5 + 6^2 \equiv 41 \equiv 6.$$

Tolesnes liekanas skaičiuoti paprasta:

$$\begin{aligned}
a_5 &\equiv a_3 + a_4^2 \equiv 6 + 6^2 \equiv 42 \equiv 0,\\
a_6 &\equiv a_4 + a_5^2 \equiv 6 + 0^2 \equiv 6,\\
a_7 &\equiv a_5 + a_6^2 \equiv 0 + 6^2 \equiv 1,\\
a_8 &\equiv a_6 + a_7^2 \equiv 6 + 1^2 \equiv 7 \equiv 0,\\
a_9 &\equiv a_7 + a_8^2 \equiv 1 + 0^2 \equiv 1,\\
a_{10} &\equiv a_8 + a_9^2 \equiv 0 + 1^2 \equiv 1,\\
a_{11} &\equiv a_9 + a_{10}^2 \equiv 1 + 1^2 \equiv 2.
\end{aligned}$$

Pastebime, kad liekanos a_{10} ir a_{11} tos pačios kaip ir a_0 ir a_1. Tai reiškia, kad a_{12} liekana sutaps su a_2 ir t. t. Kitaip sakant, kiekviena liekana kartosis kas 10 narių (sakoma, kad liekanų seka periodinė su periodu 10).
Vadinasi, $a_{2009} \equiv a_{1999} \equiv a_{1989} \equiv \cdots \equiv a_{19} \equiv a_9 \equiv 1$.
Renkamės atsakymą **B**.

! Rėmėmės taisykle, kad skaičiuojant liekanas skaičius galima keisti jų liekanomis. Įrodykime ją. Padalykime kiekvieną sekos narį a_n iš 7: $a_n = 7k_n + r_n$, kur r_n gali įgyti reikšmes $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Tada

$$\begin{aligned}
a_{n+2} = a_n + aq_{n+1}^2 &= 7k_n + r_n(7k_{n+1} + r_{n+1})^2 = \\
&= 7k_n + r_n + 7^2k_{n+1}^2 + 2 \cdot 7k_{n+1}r_{n+1} + r_{n+1}^2 = \\
&= 7(k_n + 7k_{n+1}^2 + 2k_{n+1}r_{n+1}) + (r_n + r_{n+1}^2).
\end{aligned}$$

Kadngi čia pirmas dėmuo dalijasi iš 7, tai a_{n+2} dalijant iš 7 duos tą pačią liekaną, kaip ir $r_n + r_{n+1}^2$, t. y. $r_{n+1} = r_n + r_{n+1}^2$, o tai ir reiškia, kad skaičiuojant galima pereidinėti prie liekanų. Taigi taisyklė įrodyta, ir tikrai $r_{2009} = 1$.
Teisingas atsakymas **B**.

!! Skaičiavome liekanas, kol pastebėjome, kad jos pradėjo kartotis. O gal pradėjus seką kitais r_0 ir r_1, jos neikada nepasikartos? Arba kartosis, bet po gero šimto žingsnių? Nesunku įsitikinti, kad liekanos visada pradės kartotis, ir palyginti greitai.
Iš tikrųjų r_n gali įgyti septynias reikšmes, r_{n+1} — tas pačias 7, todėl skirtingų porų (r_n, r_{n+1}) yra $7 \cdot 7 = 49$. Tai reiškia, kad vėliausiai po 49 žingsnių pora (r_n, r_{n+1}) pasikartos. Bet kai tik pora pasikartos, tai tolesnės liekanos irgi kartosis (nes $r_{n+2} \equiv r_n + r_{n+1}^2$). Taigi mums pasisekė — tiek ilgai laukti nereikėjo, ir pradinė pora $(1, 2)$ pasikartojo jau po 10 žingsnių. Suprantama, uždavinio autoriai to ir siekė, kad tas žingsnių skaičius nebūtų pernelyg didelis (ar pernelyg mažas).

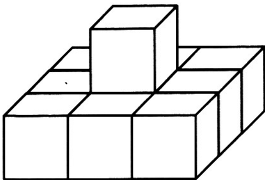
Questions of Kangaroo 2009

NIPPER (grades 1 and 2)

3-POINT QUESTIONS

N1. The following construction is made from the identical wooden tiles (as shown in the picture). From how many tiles?

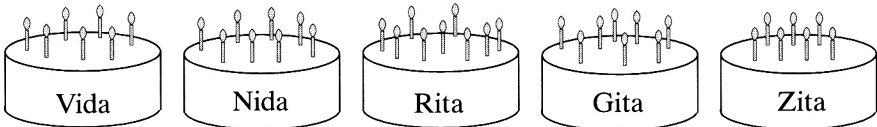
A 12 **B** 8 **C** 9 **D** 10 **E** 11



N2. What is the sum of all digits of the number 2009?

A 7 **B** 11 **C** 12 **D** 18 **E** 209

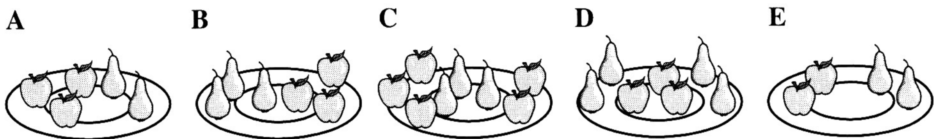
N3. 5 girls have their birthday on the same day. Their birthday cakes are shown.



Which of the girls is the eldest one?
A Vida **B** Nida **C** Rita **D** Gita **E** Zita

N4. On which plate are there less apples than pears?

A **B** **C** **D** **E**



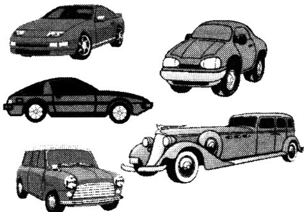
N5. In the table Ann has written 4 numbers, the sum of which is 50. Which number is covered by the butterfly?

A 18 **B** 3 **C** 9 **D** 13 **E** 8

5	
20	17

N6. Peter has 12 toycars and Paul has 4 toycars more. How many toycars have the boys got together?

A 28 **B** 16 **C** 48 **D** 20 **E** 8



4-POINT QUESTIONS

N7. On the last school day the father with 3 sons went to the circus.

Ticket Office	
Child ticket	9 Lt
Adult ticket	12 Lt

How much litas did the father pay for all the tickets?

A 48 **B** 21 **C** 39 **D** 30 **E** Another answer

N8. Ann wrote down two arithmetical operations correctly. Some of the numbers she has hidden under stickers – identical numbers under the identical stickers:

21 – 7 = ❀

2 · ❀ = ✪ + 1

What number is covered under the sticker ✪?

A 15 **B** 14 **C** 25 **D** 27 **E** 28

N9. The doctor prescribed 60 tablets for Ann to be taken one tablet each day. Ann took the first tablet on Monday. On which day of the week will Ann take the last tablet?

A On Monday **B** On Tuesday **C** On Wednesday **D** On Thursday **E** On Friday

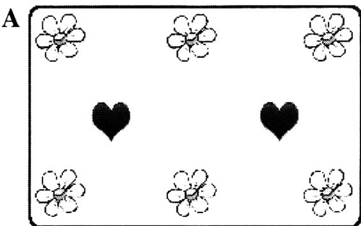
N10. Diana's mother bought 6 identical packets of chalks. Diana spilled the content of 2 packets – there were 18 chalks on the floor. How many chalks did Diana's mother buy?

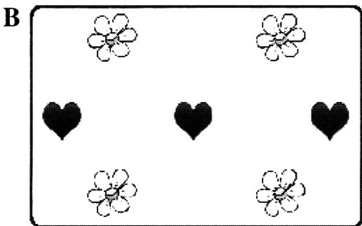
A 26 **B** 54 **C** 24 **D** 108 **E** 9

N11. Tom is 2 cm taller than Peter and 5 cm taller than Paul. How many centimeters is Peter taller than Paul?

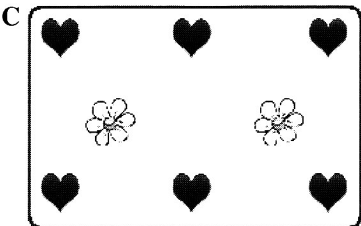
A 7 cm **B** 3 cm **C** 10 cm **D** Paul is higher than Peter **E** Impossible to determine

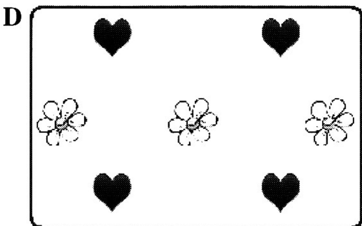
N12. Diana has drawn 6 flowers and Ann has drawn 4 hearts. Barbara has drawn 3 times less flowers than Diana and 2 hearts more than Ann. Which of the pictures below is drawn by Barbara?

A 

B 

E None

C 

D 

5-POINT QUESTIONS

N13. There are 19 monkeys in the zoo: 4 of them are chimpanzees and 3 of them are baboons. All the rest monkeys, capuchins, are evenly distributed between three cages. How many capuchins are there in each cage?

A 5 **B** 7 **C** 3 **D** 6 **E** 4

N14. Johnny is 4 years old, and his father is 26 years old. How old will Johnny's father be when Johnny grows thrice older than now?

A 78 **B** 38 **C** 42 **D** 34 **E** Another answer

N15. Granny baked cakes with cheese and cakes with jam – 31 cake in total. If there were 11 additional cakes with cheese, the number of cakes with cheese and that with jam would be the same. How many cakes with cheese has Granny baked?

A 10 **B** 21 **C** 20 **D** 15 **E** Another answer

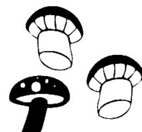
N16. Ann has bought 2 identical notebooks and got the change 4 litas. If she bought 2 notebooks more she would be short of 2 litas. How much does one notebook cost?

A 2 litas **B** 10 litas **C** 6 litas **D** 3 litas **E** Another answer

N17. Adam, Michael, Paul, and Tom are showing their post-stamps. It appears that Michael has more stamps than Paul, and Tom has less than Adam. It is known that it is not Tom who has the least amount of stamps. Which of the boys has the least number of stamps?

A Adam **B** Michael **C** Paul **D** Tom **E** Impossible to determine

N18. Dad has been mushrooming for two hours. During the first hour he picked up 39 mushrooms. How many mushrooms did he pick up during the second hour, if mummy, cleaning 7 mushrooms in 5 minutes, has prepared all the picked up mushrooms in 40 minutes?



A 74 **B** 56 **C** 49 **D** 39 **E** 17

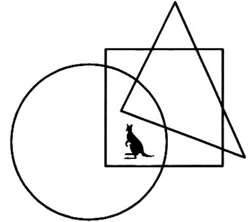
MINOR (grades 3 and 4)

3-POINT QUESTIONS

M1. $200 \cdot 9 + 200 + 9 =$

A 418 **B** 1909 **C** 2009 **D** 4018 **E** 20009

M2. Where is the kangaroo?

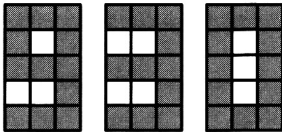


A In the circle and in the triangle, but not in the square
B In the circle and in the square, but not in the triangle
C In the triangle and in the square, but not in the circle
D In the circle, but neither in the square nor in the triangle
E In the square, but neither in the circle nor in the triangle

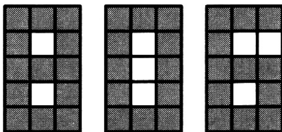
M3. There are five brothers in a family and each of them has one sister. How many brothers and sisters together are there in this family?

A 6 **B** 7 **C** 8 **D** 9 **E** 10

M4. There is a number 930 on the display.



How many little square lights must be switched in order to obtain number 806?

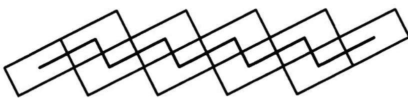


A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8 **E** 9

M5. Mom has bought 16 mandarins. Karol ate half of them, Eva ate two and Dana ate the rest. How many mandarins has Dana eaten?

A 4 **B** 6 **C** 8 **D** 10 **E** 12

M6. In his garden Anthony has made a path shown in the figure, using 10 tiles of size $4\,\text{dm} \times 6\,\text{dm}$. Anthony has drawn a bold line between the midpoints of the tiles.



How long is the bold line?

A 25 dm **B** 40 dm **C** 46 dm **D** 50 dm **E** 92 dm

M7. Sofiko threw a dice four times and she obtained a total of 23 points. How many times did she get 6 points?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

M8. A movie is 90 minutes long. It started at 17:10. In the middle there were two commercial breaks, one lasting eight minutes and the other five minutes. At what time did the movie finish?

A 18:13 **B** 18:27 **C** 18:47 **D** 18:53 **E** 19:13

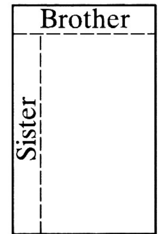
4-POINT QUESTIONS

M9. There are 25 boys and 19 girls in the dance group. Every week 2 more boys and 3 more girls join the dance group. After how many weeks will there be the same number of boys and girls in the dance group?

A 6 **B** 5 **C** 4 **D** 3 **E** 2

M10. Peter was dividing a chocolate. He broke one row of 5 pieces for his brother and then one row of 7 pieces for his sister in a way you see on the picture. How many pieces did the whole bar of chocolate consist of?

A 28 **B** 32 **C** 35 **D** 40 **E** 54



M11. A white pig and a black one weigh 320 kilos altogether. The black pig weighs 32 kilos more than the white pig. How much does the white pig weigh?

A 104 kg **B** 87 kg **C** 52 kg **D** 96 kg **E** 53 kg

M12. Nine numbers are written in the cells of 3×3 table (see the figure). Per move any two numbers can be interchanged. What is the smallest number of such moves to obtain the table for which the sum of the numbers in any row is divisible by 3?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** It is impossible to obtain such table

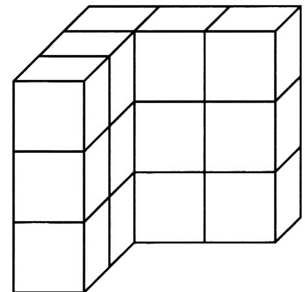
4	5	1
8	10	4
7	1	2

M13. One side of the rectangle is 8 cm long, while the other is half as long. How long is a side of the square, the perimeter of which is the same as that of the rectangle?

A 4 cm **B** 6 cm **C** 8 cm **D** 12 cm **E** 24 cm

M14. Thomas made a wall from small cubes (see the picture). How many cubes did he use?

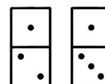
A 6 **B** 12 **C** 13 **D** 15 **E** 16

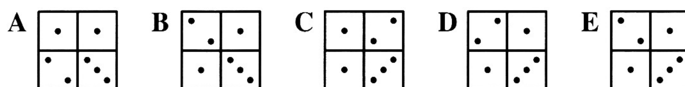


M15. Three squirrels Anni, Asia, and Elli collected 7 nuts. They all collected a different number of nuts, but each of them found at least one. Anni collected the least number of nuts and Asia most of all. How many nuts did Elli find?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** It is impossible to determine

M16. Which figure cannot be formed from the two dominoes iliustrated on the right?





5-POINT QUESTIONS

M17. A farmer has 30 cows, some chickens, but no other animals. The total number of legs of the chickens is equal to the total number of legs of the cows. How many animals altogether does the farmer have?

A 60 **B** 90 **C** 120 **D** 180 **E** 240

M18. Ann and Peter live on the same street. On one side of Ann's house there are 27 houses and on the other side there are 13 houses. Peter lives in the house that is exactly in the middle of the street. How many houses are in between Ann's and Peter's house?

A 6 **B** 7 **C** 8 **D** 14 **E** 21

M19. A secret agent wants to guess a 6-digit code. He knows that the sum of the digits in the even positions is equal to the sum of the digits in the odd positions. Which of the following numbers could be the code?

A 81∗∗61 **B** 7∗727∗ **C** 4∗4141 **D** 12∗9∗8 **E** 181∗2∗

M20. Meta collects photos of famous sportsmen. Each year the number of her photos equals the sum of the numbers of her photos of the previous two years. In 2008 she had 60 photos and this 2009 year she has 96 photos. How many photos did she have in 2006?

A 20 **B** 24 **C** 36 **D** 40 **E** 48

M21. There are 1 red, 1 blue, 1 yellow, and 1 white flower in the garden. Maja the bee visits each flower only once. She starts from the red flower, but she does not fly directly from the yellow one to the white one. In how many ways can Maja visit all the flowers?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

M22. At 6:15 a ghost vanished, and the mad clock that showed the right time so far, started running at the right speed, but backwards. The ghost appeared again at 19:30. What time did the mad clock show at the moment the ghost has appeared again?

A 17:00 **B** 17:45 **C** 18:30 **D** 19:00 **E** 19:15

M23. Sylvia draws figures consisting of lines which are each 1 cm long. At the end of each line she always turns at 90° either to the left or to the right. At each turn to the right she draws a symbol ♡ and at each turn to the left she draws ♠ on a separate sheet of paper. One day she drew a figure and the following sequence of symbols: ♡ ♠ ♠ ♠ ♡ ♡. Which of the following figures could she draw?

A **B** **C** **D** **E**

M24. In the land Funnyfeet, the left foot of each man is one or two sizes bigger than his right foot. Newertheless, the shoes are always sold in pairs of the same size. To save money, a group of friends bought shoes together. After all of them have put on the shoes that fitted them, there were exactly two shoes left, one of size 36 and the another of size 45. What is the smallest possible number of people in the group?

A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8 **E** 9

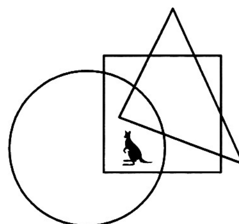
BENJAMIN (grades 5 and 6)

3-POINT QUESTIONS

B1. Among these numbers, which is even?

A 2009 **B** $2+0+0+9$ **C** $200-9$ **D** 200×9 **E** $200+9$

B2. Where is the kangaroo?



A In the circle and in the triangle, but not in the square
B In the circle and in the square, but not in the triangle
C In the triangle and in the square, but not in the circle
D In the circle, but neither in the square nor in the triangle
E In the square, but neither in the circle nor in the triangle

B3. How many integers are there between 2.008 and 20.09?

A 17 **B** 18 **C** 19 **D** 16 **E** More than 19

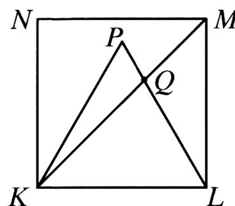
B4. The smallest number of digits to be erased in the number 12323314 in order to get a number that reads identically from left to right and from right to left, is equal to

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

B5. There are three boxes: white, red and green. One of them contains a bar of chocolate, the second contains an apple, and the third is empty. Find the chocolate, if it is known, that the chocolate is either in the white or in the red box, and the apple is neither in the white nor in the green box.

A White **B** Red **C** Green **D** Red or green **E** Impossible to determine

B6. $KLMN$ is a square and KLP is an equilateral triangle. What is the measure of $\angle LQM$?

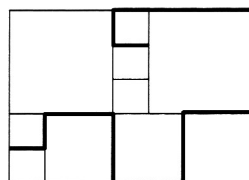


A 95° **B** 105° **C** 115° **D** 125° **E** 135°

B7. A bridge is built across the river. The river is 120 meters wide. One quarter of the bridge is over the left river bank and another quarter of the bridge is over the right river bank. How long is the bridge?

A 150 m **B** 180 m **C** 210 m **D** 240 m **E** 270 m

B8. There are squares of three different sizes in the picture. The side of the smallest one is 20 cm long. How long is the marked broken line?

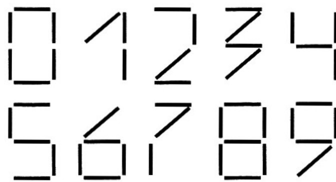


A 380 cm **B** 400 cm **C** 420 cm **D** 440 cm **E** 1680 cm

B9. There are cats and dogs in the room. The number of cat's paws is twice the number of dog's noses. Then the number of cats is

A twice the number of dogs **B** equal to the number of dogs **C** half the number of dogs
D $\frac{1}{4}$ the number of dogs **E** four times the number of dogs

B10. We use identical small sticks to form digits, as shown on the right. Given a number, by the *weight* of it we mean the number of sticks needed to compose it. What is the weight of the heaviest 2-digit number?



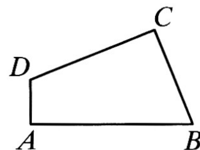
A 10 **B** 11 **C** 12 **D** 13 **E** 14

4-POINT QUESTIONS

B11. How many positive integers n have the property that $n+2$ is a divisor of number 78?

A 8 **B** 7 **C** 6 **D** 5 **E** 4

B12. The quadrilateral $ABCD$ has sides $AB = 11$, $BC = 7$, $CD = 9$ and $DA = 3$ and right angles in A and C. What is the area of this quadrilateral?



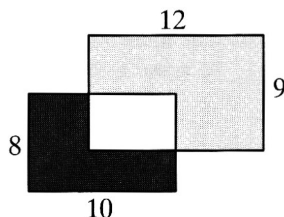
A 30 **B** 44 **C** 48 **D** 52 **E** 60

B13. There are 39 boys and 23 girls in the dance group. Every week 6 more boys and 8 more girls join the dance group. After a few weeks there will be the same number of boys and girls in the dance group. How many boys and girls all in all will be then in the dance group?

A 144 **B** 154 **C** 164 **D** 174 **E** 184

B14. Two rectangles of 8×10 and 9×12 partly cover each other. The dark area is 37. What is the grey area?

A 60 **B** 62 **C** 62.5 **D** 64 **E** 65

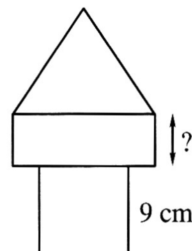


B15. Eight cards numbered from 1 to 8 are put in the boxes M and N so that both sums of the card numbers in each box are equal. If there are only 3 cards in the box M, then you can be sure that

A three cards in box N are odd numbered
B four cards in box N are even numbered
C card number 1 is not in box N
D card number 2 is in box N
E card number 5 is in box N

B16. In the picture a "tower" is formed of three structures – square, rectangle, and equilateral triangle. The perimeter of all the three structures is the same. The side of the square is 9 cm long. How long is marked side of the rectangle?

A 4 cm **B** 5 cm **C** 6 cm **D** 7 cm **E** 8 cm



B17. We want to fill up a $40 \times 40 \times 60$ box with rigid cubes all of the same size. Which is the minimum number of cubes that allows us to do that?

A 96 **B** 96 000 **C** 12 **D** 12 000 **E** 768

B18. Today is Sunday. Francis begins reading a book of 290 pages. He reads 4 pages each day, except Sundays, on which he always reads 25 pages. How many days will it take him to read the book?

A 15 **B** 46 **C** 40 **D** 35 **E** 41

B19. Andrija, Branimir, Celestin and Davor have won the first four places at the fencing tournament. If you add the number of places won by Andrija, Branimir and Davor, you will get number 6. You will get the same number if you add the number of places won by Branimir and Celestin. Who won the first place, if Branimir is ranked higher than Andrija?

A Andrija **B** Branimir **C** Celestin **D** Davor **E** Impossible to determine

B20. Oliver takes 2009 equally sized square pieces and places them all side by side in the form of a full rectangle. How many different rectangles can he have?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 5 **E** 10

5-POINT QUESTIONS

B21. There are 4 statements about the positive integer M:

M is divisible by 5; M is divisible by 11;

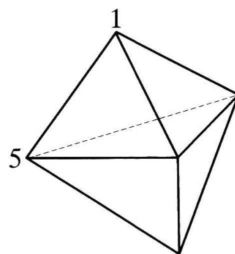
M is divisible by 55; M is less than 10.

It is known that two of these statements are true, and the other two are false. Then M can be equal to:

A 0 **B** 5 **C** 10 **D** $11 \cdot 55$ **E** 55

B22. The picture shows a solid formed with 6 triangular faces. At each vertex there is a number. For each face we consider the sum of the 3 numbers at the vertices of that face. If all the sums are the same and two of the numbers are 1 and 5, as shown, what is the sum of all the 5 numbers?

A 9 **B** 12 **C** 17 **D** 18 **E** 24

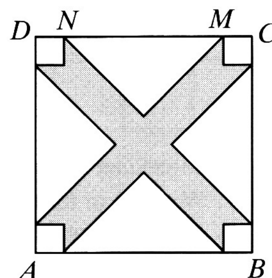


B23. The rooms of a hotel are numbered with three digits. The first indicates the floor and the next two the number of the room. For example, 125 indicates room 25 of the first floor. If the hotel has a total of 5 floors numbered from 1 to 5 with 35 rooms per floor, how many times will the digit 2 be used to number all the rooms?

A 60 **B** 65 **C** 95 **D** 100 **E** 105

B24. $ABCD$ is a square with a side 10 cm long. The distance from point N to point M is 6 cm. Four of the non-shaded regions are equal isosceles triangles and other four are equal squares. Find the area of the shaded region.

A $42\,\text{cm}^2$ **B** $46\,\text{cm}^2$ **C** $48\,\text{cm}^2$ **D** $52\,\text{cm}^2$ **E** $58\,\text{cm}^2$



B25. The total of each row and column is given.

a	*b*	*a*	11
b	*a*	*c*	8
b	*c*	*a*	8
10	8	9	

What is the value of $a + b - c$?

A 4 **B** 5 **C** 6 **D** 7 **E** 8

B26. Jadwiga has multiplied 18 multipliers equal 8 and 50 multipliers equal 5. How many digits has the product?

A 13 **B** 40 **C** 52 **D** 60 **E** 100

B27. A complete set of 28 dominoes contains every possible combination of two numbers of pips between 0 and 6 included, including twice the same number. How many pips are there altogether on the set of dominoes?

A 84 **B** 105 **C** 126 **D** 147 **E** 168

B28. In a 4×2 table, two numbers are written in the first row. Each next row contains the sum and the difference of the numbers written in the previous row (see the picture for an example). In a table 7×2, filled in the same way, the numbers of the last row are 94 and 64. What is the sum of the numbers in the first row?

A 8 **B** 10 **C** 12 **D** 20 **E** 24

10	3
13	7
20	6
26	14

B29. In the land Funnyfeet, the left foot of each man is one or two sizes bigger than his right foot. Newertheless, the shoes are always sold in pairs of the same size. To save money, a group of friends bought shoes together. After all of them have put on the shoes that fitted them, there were exactly two shoes left, one of size 36 and the another of size 45. What is the smallest possible number of people in the group?

A 5 **B** 6 **C** 7 **D** 8 **E** 9

B30. We want to color the squares in the grid using colors *a*, *b*, *c* and *d* so that the neighboring squares were not of the same color (squares that share a vertex are considered neighbors). Some of the squares have been colored as shown.

a	*b*		*c*	*d*
				(shaded)

What are the possibilities for the shaded square?

A Only *a* **B** Only *b* **C** Only *c* **D** Only *d* **E** There are two different possibilities

CADET (grades 7 and 8)

3-POINT QUESTIONS

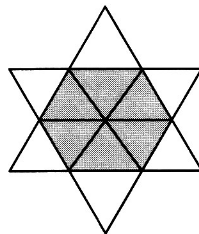
C1. Which of these numbers is even?

A 2009 **B** $2+0+0+9$ **C** $200-9$ **D** 200×9 **E** $200+9$

C2. There were 4 boys and 4 girls at a party. The boys danced only with girls and the girls danced only with boys. Afterwards we asked all of them, how many dance partners each of them had. The boys said: 3, 1, 2, 2. Three of the girls said: 2, 2, 2. What number did the fourth girl say?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

C3. The star in the picture is formed from 12 identical small equilateral triangles. The perimeter of the star is 36 cm. What is the perimeter of the shaded hexagon?

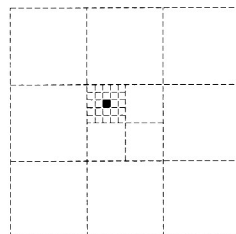


A 6 cm **B** 12 cm **C** 18 cm **D** 24 cm **E** 30 cm

C4. Harry delivers folders in the Long Street. He must deliver a folder to all the houses with an odd number. The first house has number 15, the last one has number 53. How many houses does Harry visit?

A 19 **B** 20 **C** 27 **D** 38 **E** 53

C5. The area of the big square is 1. What is the area of the black little square?



A $\frac{1}{100}$ **B** $\frac{1}{300}$ **C** $\frac{1}{600}$ **D** $\frac{1}{900}$ **E** $\frac{1}{1000}$

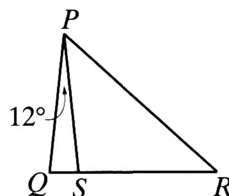
C6. The product of four different positive integers is 100. What is their sum?

A 10 **B** 12 **C** 15 **D** 18 **E** 20

C7. There are cats and dogs in the room. The number of cats' paws is twice the number of dogs' noses. Then the number of cats is

A twice the number of dogs **B** equal to the number of dogs **C** half the number of dogs **D** $\frac{1}{4}$ the number of dogs **E** four times the number of dogs

C8. In the figure on the right, QSR is a straight line, $\angle QPS = 12^\circ$ and $PQ = PS = RS$. What is the size of $\angle QPR$?



A 36° **B** 42° **C** 54° **D** 60° **E** 84°

C9. The elevator can take either 12 adults or 20 children. How many children at most could go up with 9 adults?

A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 8

C10. At 6:15 a ghost vanished, and the mad clock that showed the right time so far, started running at the right speed, but backwards. The ghost appeared again at 19:30. What time did the mad clock show at the moment the ghost has appeared again?

A 17:00 **B** 17:45 **C** 18:30 **D** 19:00 **E** 19:15

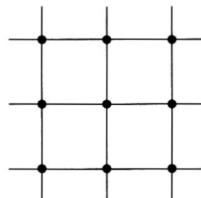
4-POINT QUESTIONS

C11. How many positive integers have as many digits in the decimal representation of their square as of their cube?

A 0 **B** 3 **C** 4 **D** 9 **E** Infinitely many

C12. What is the smallest number of bold points in the figure one needs to remove so that no 3 of the remaining points were collinear?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 7

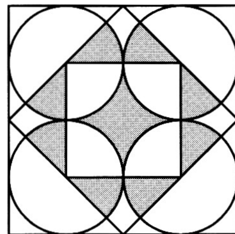


C13. Nick measured all the 6 angles in two triangles – one acute-angled and one obtuse-angled. He remembered four of those angles: 120°, 80°, 55°, and 10°. What is the smallest angle of the acute-angled triangle?

A 5° **B** 10° **C** 45° **D** 55° **E** Impossible to determine

C14. Which part of the outer square is shaded?

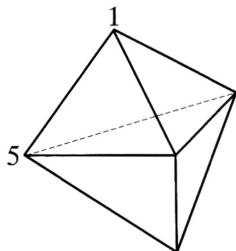
A $\frac{1}{4}$ **B** $\frac{\pi}{12}$ **C** $\frac{\pi+2}{16}$ **D** $\frac{\pi}{4}$ **E** $\frac{1}{3}$



C15. 25 people are standing in a queue on the island of nobles and liars. Everyone, except the first person in the queue, said that the person ahead of him in the queue was a liar, and the first man in the queue said that all the people standing behind him were liars. How many liars were there in the queue? (Nobles always speak the truth, and liars always tell lies.)

A 0 **B** 12 **C** 13 **D** 24 **E** Impossible to determine

C16. The picture shows a solid formed with 6 triangular faces. At each vertex there is a number. For each face we consider the sum of the 3 numbers at the vertices of that face.



If all the sums are the same and two of the numbers are 1 and 5, as shown, what is the sum of all the 5 numbers?

A 9 **B** 12 **C** 17 **D** 18 **E** 24

C17. In the equality

$$\frac{E \cdot I \cdot G \cdot H \cdot T}{F \cdot O \cdot U \cdot R} = T \cdot W \cdot O$$

different letters stand for different digits while the same letters stand for the same digits. How many different values can the product $T \cdot H \cdot R \cdot E \cdot E$ have?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

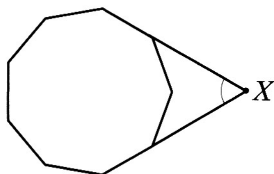
C18. We want to color the squares in the grid using colors a, b, c, and d so that neighboring squares were not of the same color (squares that share a vertex are considered neighbors). Some of the squares have been colored as shown.

a	b			
c	d			
		b		
				(shaded)
b				

What are the possibilities for the shaded square?

A Only a or b **B** Only c **C** Only d **D** Only c or d **E** Any of a, b, c, d

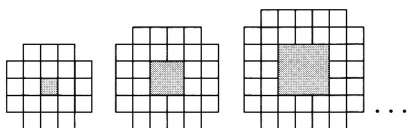
C19. The diagram shows a regular enneagon (9-sided polygon).



What is the size of the marked angle at X?

A 40° **B** 45° **C** 50° **D** 55° **E** 60°

C20. The first three patterns are shown.



How many white unit squares are needed to build the 10th pattern in this sequence?

A 76 **B** 80 **C** 84 **D** 92 **E** 100

5-POINT QUESTIONS

C21. There are 4 statements about the positive integer M:

M is divisible by 5; M is divisible by 11;

M is divisible by 55; M is less than 10.

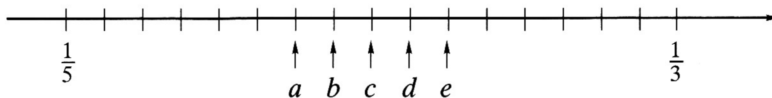
It is known that two of these statements are true, and the other two are false. Then M can be equal to:

A 0 **B** 5 **C** 10 **D** $11 \cdot 55$ **E** 55

C22. How many ten-digit numbers, composed only of digits 1, 2, or 3, do there exist, in which any two neighboring digits differ by 1?

A 16 **B** 32 **C** 64 **D** 80 **E** 100

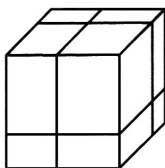
C23. The fractions $\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{5}$ are placed on a number-line.



Where is the fraction $\frac{1}{4}$?

A *a* **B** *b* **C** *c* **D** *d* **E** *e*

C24. Three cuts are made through a large cube to get eight smaller cuboids.



What is the ratio of the total surface area of these eight cuboids to the surface area of the original cube?

A 1:1 **B** 4:3 **C** 3:2 **D** 2:1 **E** 4:1

C25. All the divisors of number N, unequal to N and to 1, were written in turn. It occurred that the greatest of the divisors in the line is 45 times as great as the smallest one. How many numbers N satisfy this condition?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** More than 2 **E** Impossible to determine

C26. A square has been dissected into 2009 squares whose lengths of the sides are integers. What is the shortest possible length of the side of the original square?

A 44 **B** 45 **C** 46 **D** 503

E It is not possible to dissect a square into 2009 squares of this type

C27. In the quadrilateral $PQRS$, $PQ = 2006$, $QR = 2008$, $RS = 2007$ and $SP = 2009$. Which interior angles of the quadrilateral are necessarily smaller than 180°?

A P, Q, R **B** Q, R, S **C** P, Q, S **D** P, R, S **E** P, Q, R, S

C28. If I place a 6 cm × 6 cm square on a triangle, I can cover up to 60% of the triangle. If I place the triangle on the square, I can cover up to $\frac{2}{3}$ of the square. What is the area of the triangle?

A $22\frac{4}{5}$ cm^2 **B** 24 cm^2 **C** 36 cm^2 **D** 40 cm^2 **E** 60 cm^2

C29. Man Friday wrote down in a row several different integers smaller than 11. Robinson Crusoe examined these numbers and noticed with satisfaction that in each pair of the neighbouring numbers one of the numbers was divisible by another. How many numbers at most could Man Friday write down?

A 6 **B** 7 **C** 8 **D** 9 **E** 10

C30. In a triangle ABC, the angle B is 20° and the angle C is 40°. The length of the bisector of the angle A is 2. Find $BC - AB$.

A 1 **B** 1.5 **C** 2 **D** 4 **E** Impossible to determine

JUNIOR (grades 9 and 10)

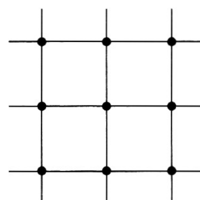
3-POINT QUESTIONS

J1. Which of these numbers is a multiple of 3?

A 2009 **B** $2+0+0+9$ **C** $(2+0)\cdot(0+9)$ **D** 2^9 **E** $200-9$

J2. What is the smallest number of bold points in the figure one needs to remove so that no 3 of the remaining points were collinear?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 7



J3. 2009 people participated in a popular race. The number of people John has outstripped was three times larger than the number of people who won over John. In what place has John been ranked in the race?

A 503 **B** 501 **C** 500 **D** 1503 **E** 1507

J4. What is the value of the $\frac{1}{2}$ of $\frac{2}{3}$ of $\frac{3}{4}$ of $\frac{4}{5}$ of $\frac{5}{6}$ of $\frac{6}{7}$ of $\frac{7}{8}$ of $\frac{8}{9}$ of $\frac{9}{10}$ of 1000?

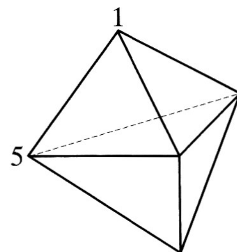
A 250 **B** 200 **C** 100 **D** 50 **E** None of these

J5. A long sequence of digits has been composed by writing the number 2009 repeatedly 2009 times. The sum of those odd digits in the sequence that are immediately followed by an even digit is equal to

A 2 **B** 9 **C** 4018 **D** 18072 **E** 18081

J6. The picture shows a solid formed with 6 triangular faces. At each vertex there is a number. For each face we consider the sum of the 3 numbers at the vertices of that face. If all the sums are the same and two of the numbers are 1 and 5, as shown, what is the sum of all the 5 numbers?

A 9 **B** 12 **C** 17 **D** 18 **E** 24

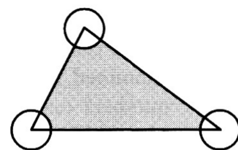


J7. How many positive integers have as many digits in the decimal representation of their square as of their cube?

A 0 **B** 3 **C** 4 **D** 9 **E** Infinitely many

J8. The area of the triangle in the picture is 80 m^2 and the radius of the circles centered at the vertices is 2 m. What is the measure, in m^2, of the shaded area?

A 76 **B** $80-2\pi$ **C** $40-4\pi$ **D** $80-\pi$ **E** 78π

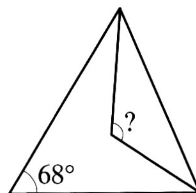


J9. Leonard has written a sequence of numbers so that each number (from the third number in the sequence) was a sum of the previous two numbers in the sequence. The fourth number in the sequence was 6 and the sixth number in the sequence was 15. What was the seventh number in the sequence?

A 9 **B** 16 **C** 21 **D** 22 **E** 24

J10. A triangle has an angle of 68°. Bisectors of the other two angles are drawn. How many degrees is the angle with the question sign?

A 120° **B** 124° **C** 128° **D** 132° **E** 136°

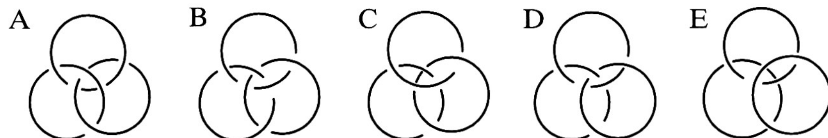


4-POINT QUESTIONS

J11. At each test, the mark can be 0, 1, 2, 3, 4, or 5. After 4 tests, Mary's average was 4. One of the sentences cannot be true. Which is it?

A Mary got all the marks 4
B Mary got the mark 3 exactly twice
C Mary got the mark 3 exactly 3 times
D Mary got the mark 1 exactly once
E Mary got the mark 4 exactly twice

J12. The Borromean rings have a surprising property: the three of them cannot be separated without destroying them, but once one of them is removed (regardless which one), the other two are not linked anymore. Which of the following figures shows the Borromean rings?



A A **B** B **C** C **D** D **E** E

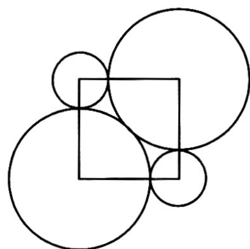
J13. 25 people are standing in a queue on the island of nobles and liars. Everyone, except the first person in the queue, said that the person ahead of him in the queue was a liar, and the first man in the queue said that all the people standing behind him were liars. How many liars were there in the queue? (Nobles always speak the truth, and liars always tell lies.)

A 0 **B** 12 **C** 13 **D** 24 **E** Impossible to determine

J14. If $a \square b = ab + a + b$, and $3 \square 5 = 2 \square x$, then x equal is to:

A 3 **B** 6 **C** 7 **D** 10 **E** 12

J15. Around the vertices of a square circles are drawn: 2 large and 2 small ones. The large circles are tangent to each other and to both the small circles.



What is the ratio between the radius of a large circle and that of a small circle?

A $\frac{2}{9}$ **B** $\sqrt{5}$ **C** $1 + \sqrt{2}$ **D** 2.5 **E** 0.8π

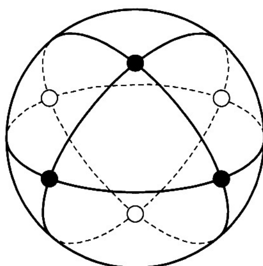
J16. The difference between $\sqrt{n}$ and 10 is less than 1. How many such integer n exist?

A 19 **B** 20 **C** 39 **D** 40 **E** 41

J17. Man Friday wrote down in a row several different natural numbers smaller than 11. Robinson Crusoe examined these numbers and noticed with satisfaction that in each pair of the neighboring numbers one of the numbers was divisible by another. How many numbers at most could Man Friday write down?

A 6 **B** 7 **C** 8 **D** 9 **E** 10

J18. 3 circular hoops are joined together so that they intersect at the right angles as shown. A ladybird lands on an intersection and crawls as follows: it travels along a quarter-circle, turns to the right 90°, then travels along another quarter-circle and turns to the left 90°.



Proceeding in this way, how many quarter-circles will it travel along before she returns again to her starting point?

A 6 **B** 9 **C** 12 **D** 15 **E** 18

J19. How many zeros should be inscribed instead of $*$ in the decimal fraction $1.*1$ in order to get a number that is smaller than $\frac{2009}{2008}$, but larger than $\frac{20009}{20008}$?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

J20. If $a = 2^{25}$, $b = 8^8$ and $c = 3^{11}$, then

A $a < b < c$ **B** $b < a < c$ **C** $c < b < a$ **D** $c < a < b$ **E** $b < c < a$

5-POINT QUESTIONS

J21. How many ten-digit numbers, composed only of digits 1, 2 and 3, do there exist, in which any two neighboring digits differ by 1?

A 16 **B** 32 **C** 64 **D** 80 **E** 100

J22. A young kangaroo has 2009 unit $1 \times 1 \times 1$ cubes that he has used in forming a cuboid. He also has 2009 stickers 1×1 that he must use to color the outer surface of the cuboid. The kangaroo has achieved his goal and some stickers were left. How many stickers were left?

A More than 1000 **B** 763 **C** 476 **D** 49 **E** 0

J23. Bob wants to place draughts into cells of the 4×4 board so that the numbers of the draughts in any row and any column were different (more than one draught can be placed into one cell as well as the cell can be empty). What is the smallest possible number of the draughts placed on the board?

A 13 **B** 14 **C** 15 **D** 16 **E** 20

J24. Some oranges, peaches, apples, and bananas were put in a row so that somewhere in the row each type of fruit can be found side by side with each other type of fruit. What is the least number of fruits in the row?

A 4 **B** 5 **C** 8 **D** 11 **E** 12

J25. What is the least integer n, for which

$$(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot (4^2 - 1) \cdot \ldots \cdot (n^2 - 1)$$

is a perfect square?

A 6 **B** 8 **C** 16 **D** 27 **E** Another answer

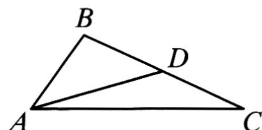
J26. All the divisors of the number N, unequal to N and to 1, were written in turn. It occurred that the greatest of the divisors in the line is 45 times greater than the smallest one. How many numbers satisfy this condition?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** More than 2 **E** Impossible to determine

J27. A kangaroo is sitting in the origin of a coordinate system. It can jump 1 unit vertically or horizontally. How many points are there in the plane at which the kangaroo can be after 10 jumps?

A 121 **B** 100 **C** 400 **D** 441 **E** Another answer

J28. Let AD be a median in the triangle ABC. The angle ACB is 30°, the angle ADB is 45°.



What is the measure of the angle BAD?

A 45° **B** 30° **C** 25° **D** 20° **E** 15°

J29. Find the minimal quantity of numbers one should remove from the set $\{1, 2, 3, \ldots, 16\}$ so that the sum of any 2 remaining numbers were not a perfect square.

A 10 **B** 9 **C** 8 **D** 7 **E** 6

J30. A prime number is defined as being *strange* if it is either a one-digit prime or if it has two or more digits, but both numbers obtained by omitting either its first or last digit are also strange. How many strange primes are there?

A 6 **B** 7 **C** 8 **D** 9 **E** 11

STUDENT (grades 11 and 12)

3-POINT QUESTIONS

S1. There are 200 fishes in an aquarium. 1% of them is blue, all the rest are yellow. How many yellow fishes do we have to take out of the aquarium, so that the blue fishes represented 2% of all the aquarium fishes?

A 2 **B** 4 **C** 20 **D** 50 **E** 100

S2. Which is the largest of the following numbers?

A $\sqrt{2}-\sqrt{1}$ **B** $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ **C** $\sqrt{4}-\sqrt{3}$ **D** $\sqrt{5}-\sqrt{4}$ **E** $\sqrt{6}-\sqrt{5}$

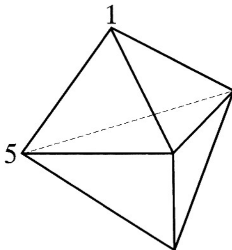
S3. For how many different positive integers n the number n^2+n is a prime number?

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** More than 2, but a finite number **E** An infinite number

S4. Mari, Ville and Ossi went to a café. Each of them bought three glasses of juice, two icecreams, and five buns. Which of the following sums could be the total bill?

A 30.20 Lt **B** 29.20 Lt **C** 28.20 Lt **D** 27.20 Lt **E** 26.20 Lt

S5. The picture shows a solid formed with 6 triangular faces. At each vertex there is a number. For each face we consider the sum of the 3 numbers at the vertices of that face.



If all the sums are the same and two of the numbers are 1 and 5, as shown, what is the sum of all the 5 numbers?

A 9 **B** 12 **C** 17 **D** 18 **E** 24

S6. Two circles of radii 13 and 15 intersect at points P and Q. Length of line segment PQ is 24. Which of the following numbers could be the distance between the centers of circles?

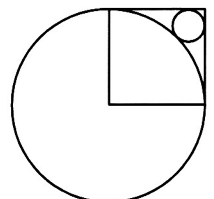
A 13 **B** 9 **C** 5 **D** 4 **E** None of previous

S7. A box contains 2 white, 3 red and 4 blue socks. Jack knows that a third of the socks have a hole in them but he does not know what color the worn through socks are. In the darkness he takes some socks out of the box in a hope to find two good socks of the same color. How many socks must he take out to be absolutely sure to have a good pair?

A 2 **B** 3 **C** 6 **D** 7 **E** 8

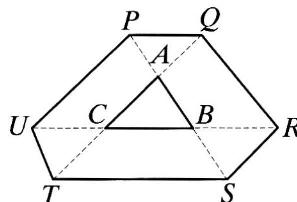
S8. The square in the figure has a side equal to 1. Then the radius of the small circle is equal to

A $\sqrt{2}-1$ **B** $\frac{1}{4}$ **C** $\frac{\sqrt{2}}{4}$ **D** $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ **E** $(1-\sqrt{2})^2$

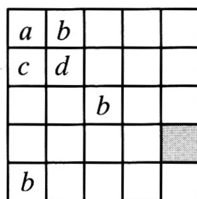


S9. The sides of triangle ABC are extended on both sides up to points P, Q, R, S, T and U so that $PA = AB = BS$, $TC = CA = AQ$ and $UC = CB = BR$. If the area of ABC is 1, what is the area of the hexagon $PQRSTU$?

A 9 **B** 10 **C** 12 **D** 13 **E** 15



S10. We want to color the squares in the grid using colors a, b, c, and d so that neighboring squares were not of the same color (squares that share a vertex are considered neighbors). Some of the squares have been colored as shown.

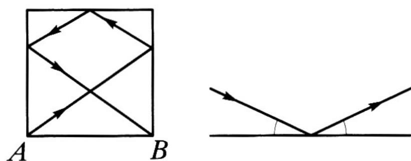


What are the possibilities for the shaded square?

A Only a or b **B** Only c **C** Only d **D** Only c or d **E** Any of a, b, c, d

4-POINT QUESTIONS

S11. On a square-shaped billiard table with a side 2 m long, a ball is thrown from the corner A. After touching three sides, as shown, it rolls to corner B.



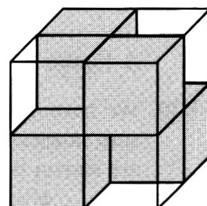
How many meters did the ball travel? (Remember that a ball bounces at the same angle as it enters, as shown in the picture on the right.)

A 7 **B** $2\sqrt{13}$ **C** 8 **D** $4\sqrt{3}$ **E** $2(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

S12. 2009 kangaroos, each of them either light or dark, compare their heights. It is known that one light kangaroo is taller than exactly 8 dark kangaroos, one light kangaroo is taller than exactly 9 dark kangaroos, one light kangaroo is taller than exactly 10 dark kangaroos, and so on, and exactly one light kangaroo is taller than all the dark kangaroos. What is the number of light kangaroos?

A 1000 **B** 1001 **C** 1002 **D** 1003 **E** This situation is impossible

S13. A cube measuring $2 \times 2 \times 2$ is formed from four $1 \times 1 \times 1$ white transparent and four $1 \times 1 \times 1$ black non-transparent cubes (see the picture). They are placed so that the whole big cube is non-transparent, meaning that it is not possible to see through it neither from top to bottom, nor from front to back and even not from left to right. How many black cubes at least should we have to put into the big cube measuring $3 \times 3 \times 3$ to make the whole cube non-transparent?



A 6 **B** 9 **C** 10 **D** 12 **E** 18

S14. 25 people are standing in a queue on the island of nobles and liars. Everyone, except the first person in the queue, said that the person ahead of him in the queue was a liar, and the first man in the queue said that all the people standing behind him were liars. How many liars were there in the queue? (Nobles always speak the truth, and liars always tell lies.)

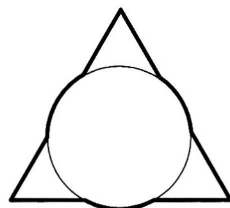
A 0 **B** 12 **C** 13 **D** 24 **E** Impossible to determine

S15. What is the last digit of the number $1^2 - 2^2 + \ldots - 2008^2 + 2009^2$?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

S16. We overlap an equilateral triangle with the side length of 3 and a circle of radius 1 matching the centers of the two figures. How long is the perimeter of the figure that we get?

A $3 + 2\pi$ **B** $6 + \pi$ **C** $9 + \frac{\pi}{3}$ **D** 3π **E** $9 + \pi$



S17. The graphs of real functions f and g are shown in the figure. What is the relation between $f(x)$ and $g(x)$?

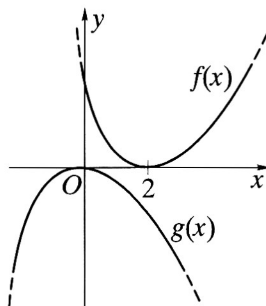
A $g(x) = f(x + 2)$

B $g(x - 2) = -f(x)$

C $g(x) = -f(-x + 2)$

D $g(-x) = -f(-x - 2)$

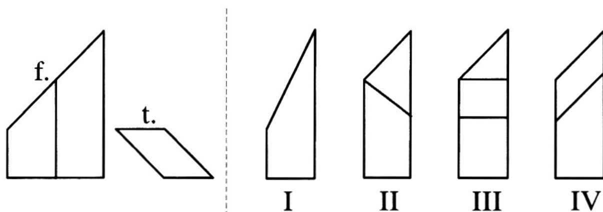
E $g(2 - x) = f(-x)$



S18. Four problems were proposed to each of 100 contestants of a mathematical olympiad. 90 contestants solved the first problem, 85 contestants solved the second problem, 80 contestants solved the third problem, and 70 contestants solved the fourth problem. What is the smallest possible number of the contestants who solved all the four problems?

A 10 **B** 15 **C** 20 **D** 25 **E** 30

S19. In the figure below, you see the front view (f.) and the top view (t.) of a geometric solid. Which of the figures from I to IV represents the view from the left?



A Figure I **B** Figure II **C** Figure III **D** Figure IV **E** None of them

S20. We have constructed a 3×3-square table of real numbers in which the sum in each row, column, and diagonal is the same. Two of the numbers are shown in the figure. Which number is in the shaded square?

A 16 **B** 51 **C** 54 **D** 55 **E** 110

		47
	63	

5-POINT QUESTIONS

S21. Two runners A and B are running round a stadium. A runs faster than B and it takes 3 minutes to A for one lap. A and B started together, and 8 minutes later A caught B for the first time. How long does it take for B to run one lap?

A 6 min **B** 8 min **C** 4 min 30 s **D** 4 min 48 s **E** 4 min 20 s

S22. Let m be the number of 8-digit numbers with 8 different digits, none of which is 0. How many of them are divisible by 9?

A $\frac{m}{8}$ **B** $\frac{m}{3}$ **C** $\frac{m}{9}$ **D** $\frac{8m}{9}$ **E** $\frac{7m}{8}$

S23. How many ten-digit numbers, composed only of digits 1, 2 and 3, do there exist, in which any two neighboring digits differ by 1?

A 16 **B** 32 **C** 64 **D** 80 **E** 100

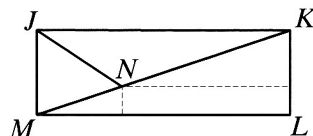
S24. For how many integers $n \geqslant 3$ does there exist a convex n-gon whose angles in some order are in ratio $1 : 2 : \ldots : n$?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 5 **E** More than 5

S25. 55 schoolchildren took part in math olympiad. When checking the problems, the jury marked them either by „+“ if the problem was solved, or by „–“ if the problem was not solved, or by „0“ if participant skipped the problem. Later it turned out that no two papers had the same number of „+“ and „–“. What is the least number of problems at the olympiad?

A 6 **B** 9 **C** 10 **D** 11 **E** 12

S26. In a rectangle $JKLM$, the bisector of angle KJM cuts the diagonal KM at point N. The distances between N and sides LM and KL are 1 and 8, respectively. Then LM is:



A $8+2\sqrt{2}$ **B** $11-\sqrt{2}$ **C** 10 **D** $8+3\sqrt{2}$ **E** $11+\frac{\sqrt{2}}{2}$

S27. If $k = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$, how many possible values of k are there?

A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 6

S28. The numbers $1, 2, 3, \ldots, 99$ are distributed into n groups (at least 2 numbers in a group) under the condition:
if two numbers are in one and the same group, then their sum is not divisible by 3.
The smallest n with this property is:

A 3 **B** 9 **C** 33 **D** 34 **E** 66

S29. Man Friday wrote down in a row several different integers smaller than 11. Robinson Crusoe examined these numbers and noticed with satisfaction that in each pair of the neighbouring numbers one of the numbers was divisible by another. How many numbers at most could Man Friday write down?

A 6 **B** 7 **C** 8 **D** 9 **E** 10

S30. The sequence of integers a_n is defined by:

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 2, \quad a_{n+2} = a_n + (a_{n+1})^2 \quad \text{for } n \geqslant 0.$$

The remainder in the division of a_{2009} by 7 is:

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 5 **E** 6

Atsakymai • Ответы • Odpowiedzi • Answers

Klausimo Nr. / Nr. pytania / No. of question — Grupė / Grupa / Group

	N (P)	M	B	K (C)	J	S
1	D	C	D	D	C	E
2	B	B	B	C	C	A
3	C	E	B	C	A	B
4	D	B	C	B	C	C
5	E	B	A	D	D	C
6	A	C	B	D	C	D
7	C	D	D	C	B	D
8	D	D	C	C	B	E
9	D	A	C	C	E	D
10	B	D	E	A	B	D
11	B	B	C	B	C	B
12	C	E	C	C	B	B
13	E	B	D	C	C	B
14	D	D	E	A	C	C
15	A	B	D	C	C	E
16	D	E	C	C	C	B
17	C	B	C	A	D	B
18	E	A	E	D	A	D
19		D	D	E	C	D
20		B	C	D	C	D
21		D	B	B	C	D
22		A	C	C	B	C
23		E	E	A	B	C
24		A	C	D	C	B
25			C	C	B	B
26			C	B	C	A
27			E	D	A	B
28			D	D	B	C
29			A	D	C	D
30			A	C	D	B
№ вопроса	Н	М	Б	К	Ю	С

№ вопроса — Группа